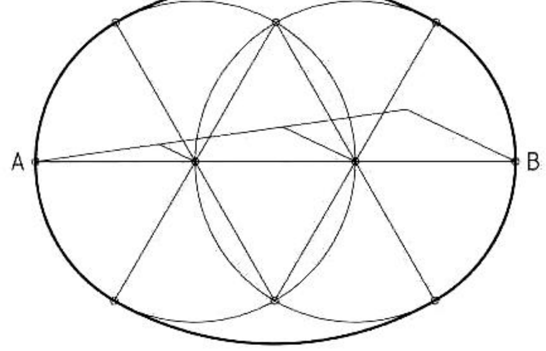
Óvalo y ovoide

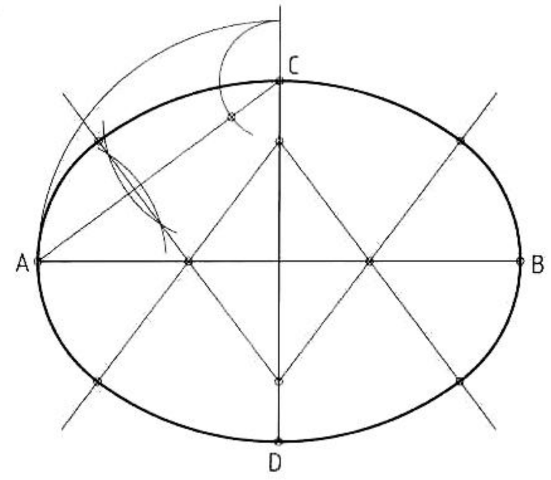
El óvalo es una curva cerrada formada por arcos de circunferencia y simétrica respecto de dos ejes perpendiculares.
El ovoide es una curva cerrada formada por arcos de circunferencia y simétrica respecto de un solo eje.

1



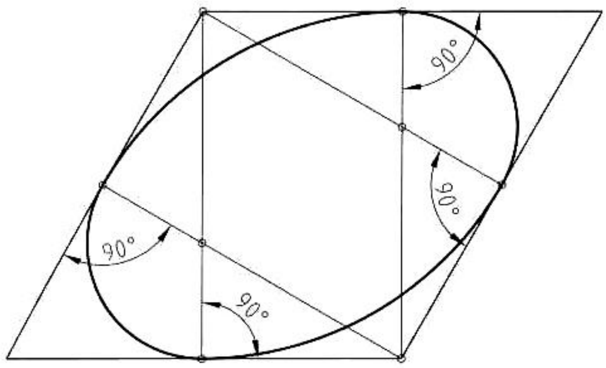
Construir el óvalo conocido su eje mayor $\overline{AB}$.

2



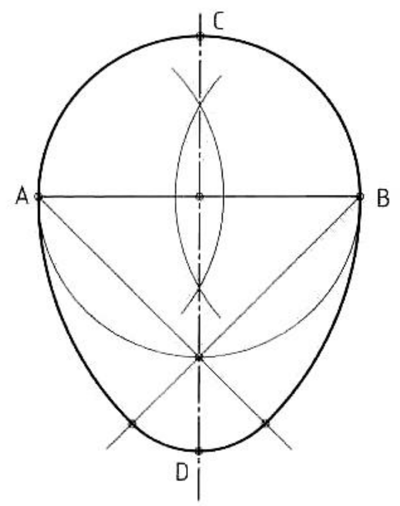
Construir el óvalo conocido los ejes $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

3



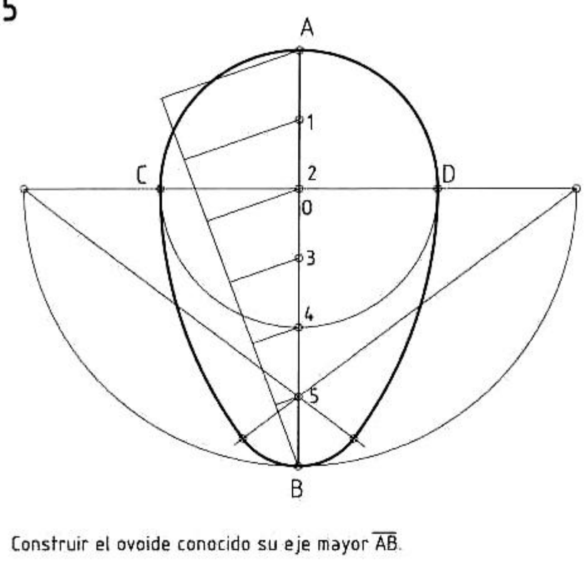
Inscribir un óvalo en el rombo.

4



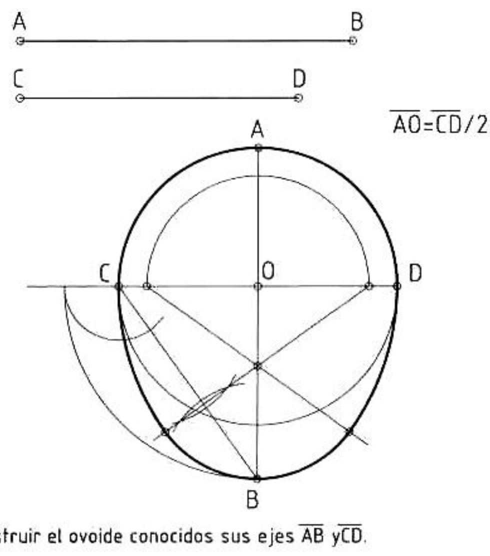
Construir el ovoide conocido su eje menor $\overline{AB}$.

5



Construir el ovoide conocido su eje mayor $\overline{AB}$.

6

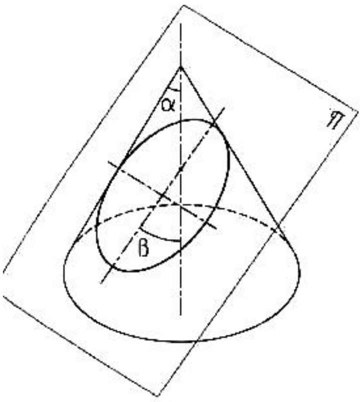


Construir el ovoide conocidos sus ejes $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

Curvas cónicas

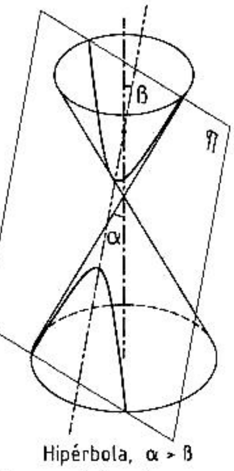
Superficie cónica de revolución es la engendrada por una recta que gira alrededor de otra a la que corta.
Curvas cónicas son las que resultan de la intersección de una superficie cónica de revolución por un plano que no pasa por su vértice. Las curvas cónicas son: la elipse, la parábola y la hipérbola.

Según la disposición del plano con relación al eje del cono la sección es una de las cónicas siguientes:



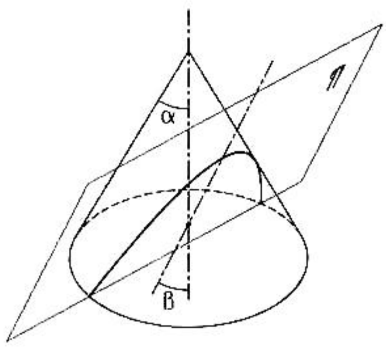
Elipse, $\alpha < \beta$

El plano ¶ corta a todas las generatrices del cono.



Hipérbola, $\alpha > \beta$

El plano ¶ es paralelo a dos generatrices.

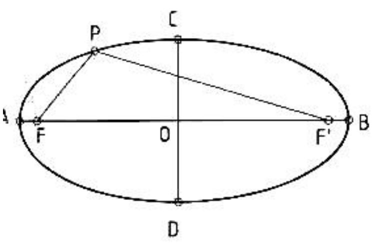


Parábola, $\alpha = \beta$

El plano ¶ es paralelo a una de las generatrices

Si β es un ángulo recto la cónica resultante es la circunferencia.

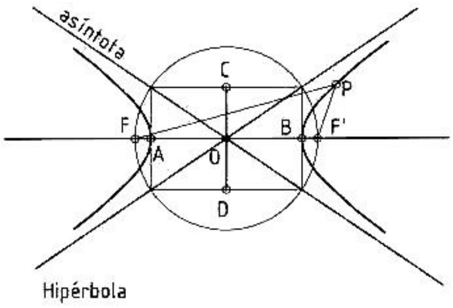
Características geométricas de las curvas cónicas:
La elipse es una curva cerrada y plana, cuyos puntos constituyen un lugar geométrico que tiene la propiedad de que la suma de distancias de cada uno de sus puntos a otros dos, fijos y llamados focos, es constante e igual a la longitud del eje mayor de la elipse.
La hipérbola es una curva plana, abierta y con dos ramas; se define como el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a otros dos fijos, llamados focos, es constante e igual a la longitud de su eje real.
La parábola es una curva plana y abierta. Se define como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta llamada directriz.



Elipse

$\overline{PF}+\overline{PF'}=\overline{AB}$ — $\overline{AB}$ = Eje mayor o real
$\overline{AO}^2=\overline{CO}^2+\overline{FO}^2$ — $\overline{CD}$ = Eje menor
$\overline{CF}=\overline{CF'}=\overline{AO}$ — $\overline{FF'}$ = Distancia focal

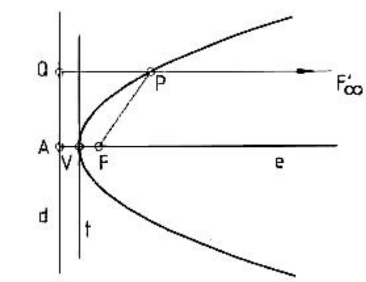
Circunferencia principal: es la de centro O y radio $\overline{OA}$.
Circunferencias focales: son las que tienen por centro los focos y radio el segmento $\overline{AB}$.
Diámetros de la elipse son las cuerdas que pasan por el centro.
Dado un diámetro su conjugado es el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas paralelas a él.
Los diámetros principales de la elipse son perpendiculares entre sí.
Los radios vectores del punto P son $\overline{PF}$ y $\overline{PF'}$.



Hipérbola

$\overline{PF}-\overline{PF'}=\overline{AB}$ — $\overline{AB}$ = Eje mayor o real
$\overline{FO}^2=\overline{AO}^2+\overline{CO}^2$ — $\overline{CD}$ = Eje menor o imaginario
$\overline{FF'}$ = Distancia focal

Circunferencia principal: es la de centro O y radio $\overline{OA}$
Circunferencias focales: son las que tienen por centro los focos y radio el segmento $\overline{AB}$.
Las asíntotas de la hipérbola son las tangentes trazadas desde el centro.
Si las asíntotas son perpendiculares entre sí a hipérbola se le llama equilátera.
Los radios vectores del punto P son $\overline{PF}$ y $\overline{PF'}$.



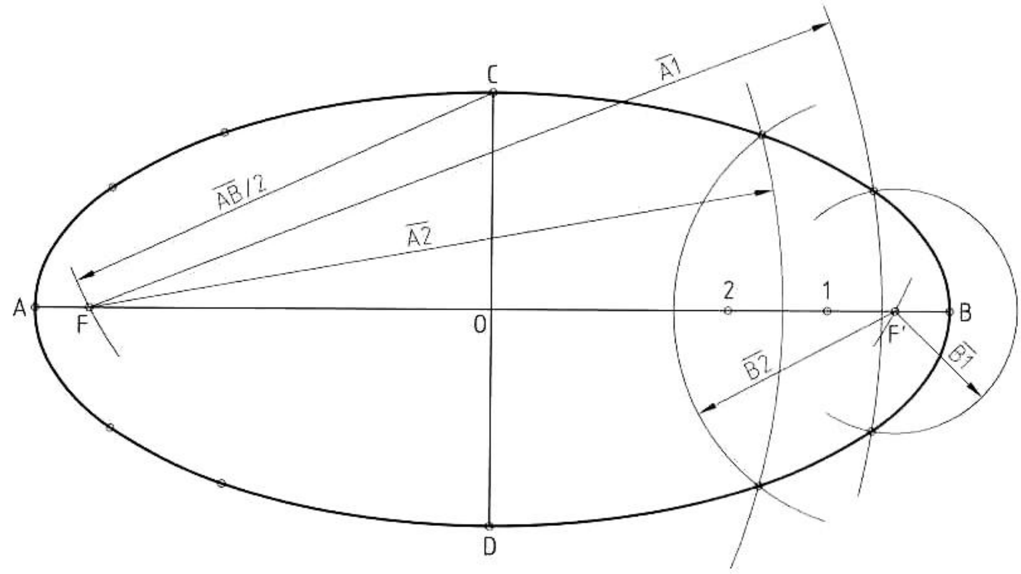
Parábola

$\overline{PQ}=\overline{PF}$ — d = Directriz
$\overline{AV}=\overline{VF}=p$ — e = Eje de la parábola
t = Tangente en el vértice V.
2p = Parámetro de la parábola

En la parábola, la circunferencia principal es sustituida por la tangente en el vértice, y la circunferencia focal por la directriz.
Parámetro 2p de la parábola es la longitud de la cuerda que es perpendicular al eje por el foco.
Los radios vectores del punto P son $\overline{PF}$ y $\overline{PF'_\infty}$.

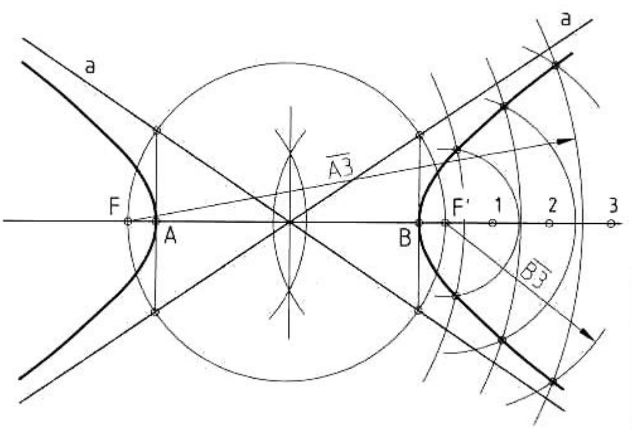
Curvas cónicas, 1

1



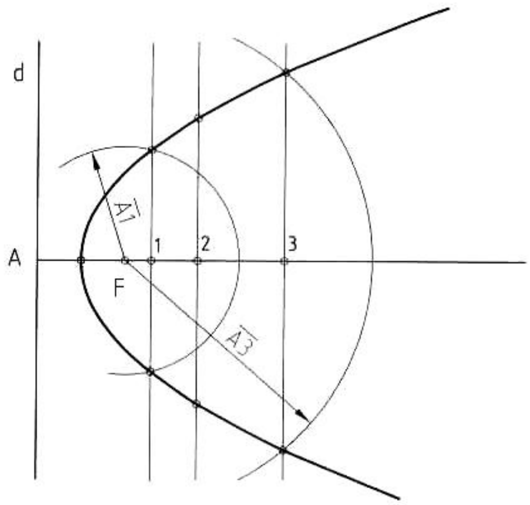
Determinar los focos y construir la elipse de ejes $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

2



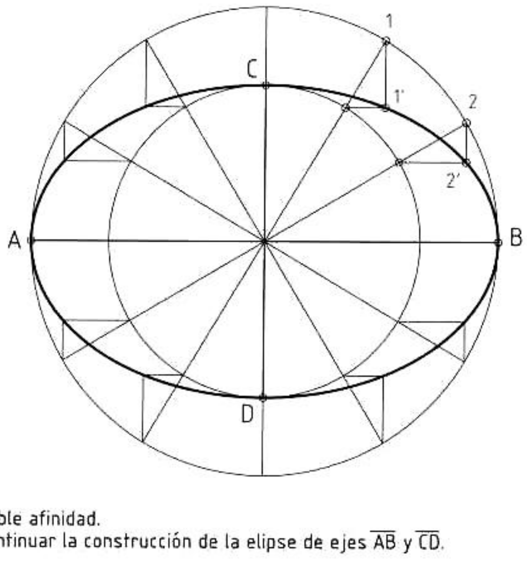
Determinar las asíntotas y construir la hipérbola de focos F y F' y vértices A y B.

3



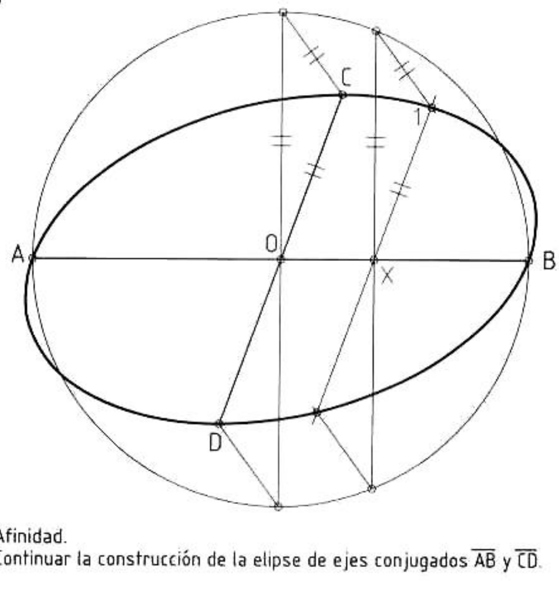
Determinar el vértice y construir la parábola de directriz d y foco F.

4



Doble afinidad.
Continuar la construcción de la elipse de ejes $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

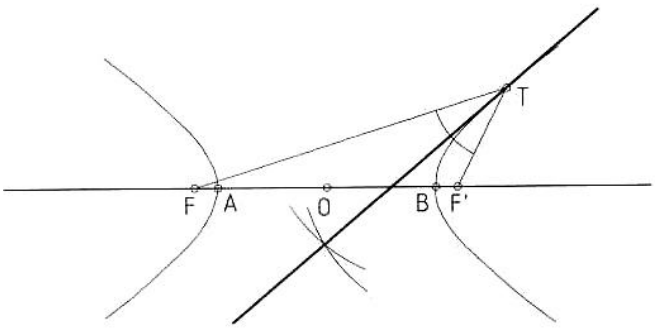
5



Afinidad.
Continuar la construcción de la elipse de ejes conjugados $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

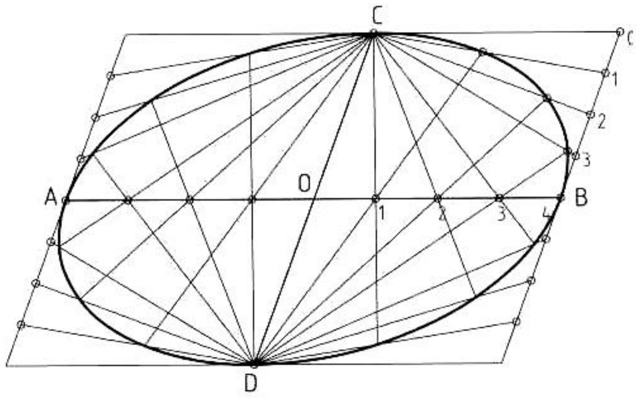
Curvas cónicas

1



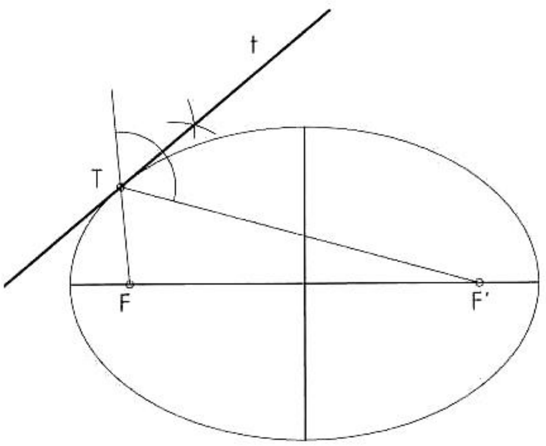
Trazar la recta tangente a la hipérbola en el punto T.

2



Haces proyectivos. Elipse inscrita en un rectángulo o en un romboide.
Construir la elipse de ejes conjugados $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

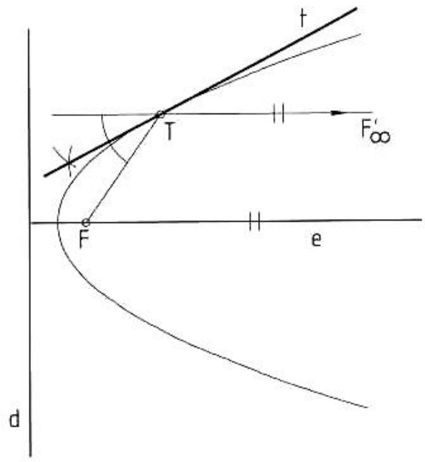
3



Trazar la recta tangente a la elipse en el punto T.

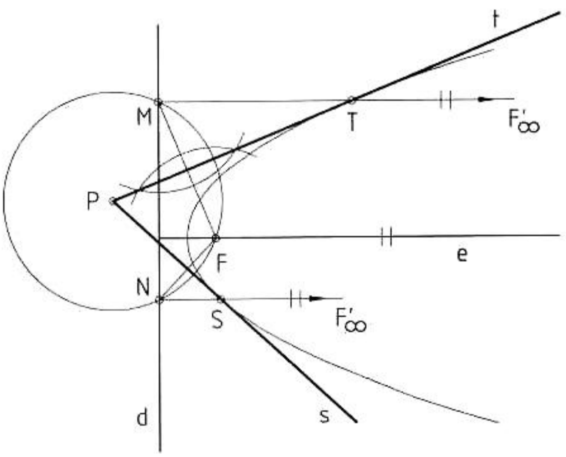
ı δ.

4



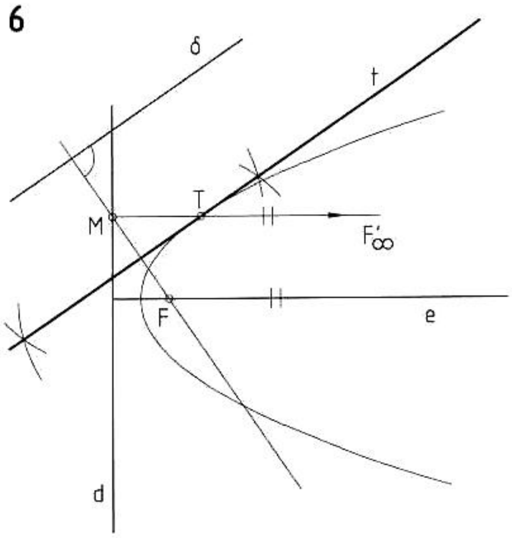
Trazar la recta tangente a la parábola en el punto T.

5



Trazar las rectas tangentes a la parábola desde el punto P.

6

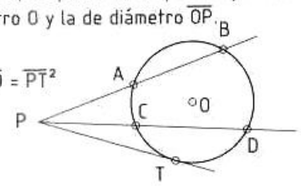


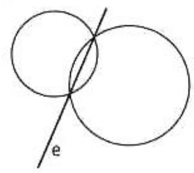
Trazar la recta tangente a la parábola paralela a la dirección δ.

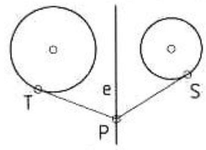
Potencia y polaridad

Se llama potencia de un punto P, respecto de una circunferencia, al producto de los segmentos que unen P con los dos puntos de intersección con la circunferencia de cualquier secante que pase por P.
Se llama eje radical al lugar geométrico de los puntos de plano que tienen igual potencia respecto de dos circunferencias. Es perpendicular a la recta que une sus centros. El eje radical de una circunferencia y una recta (circunferencia de radio infinito) es la propia recta.
El eje radical de dos circunferencias secantes es la recta que pasa por los dos puntos de intersección, que son puntos de potencia nula.
El centro radical de tres circunferencias es el punto de intersección de sus ejes radicales. Es el punto del plano que tiene igual potencia respecto de las tres circunferencias.
Se llama recta polar, respecto de un punto fijo llamado polo y una circunferencia de centro O, a la recta que es el eje radical de dos circunferencias, la de centro O y la de diámetro $\overline{OP}$.

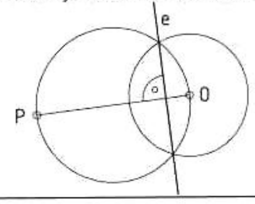
$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PT}^2$



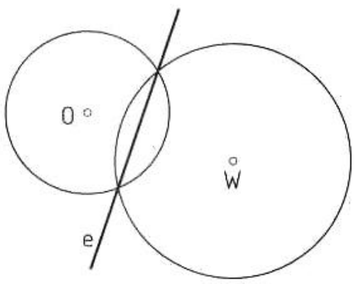




$\overline{PT}^2 = \overline{PS}^2$

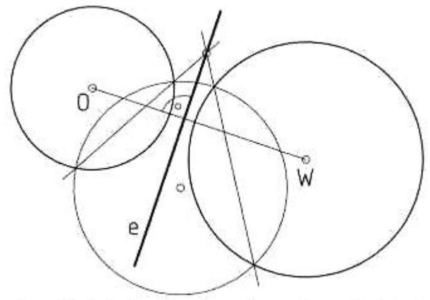


1



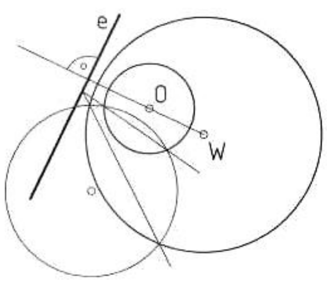
Hallar el eje radical de las dos circunferencias secantes.

2



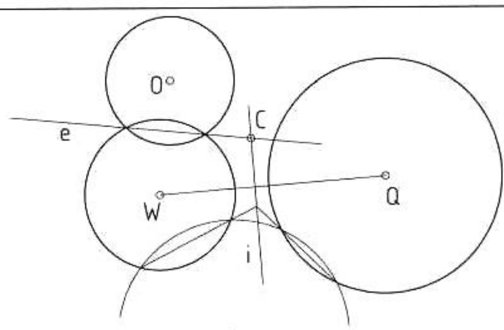
Hallar el eje radical de las dos circunferencias exteriores.

3



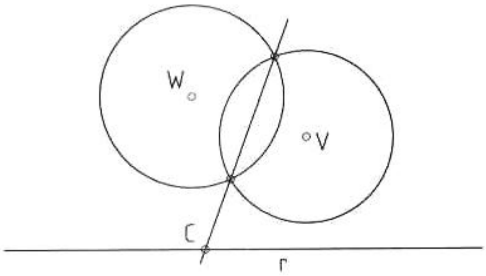
Hallar el eje radical de las dos circunferencias.

4



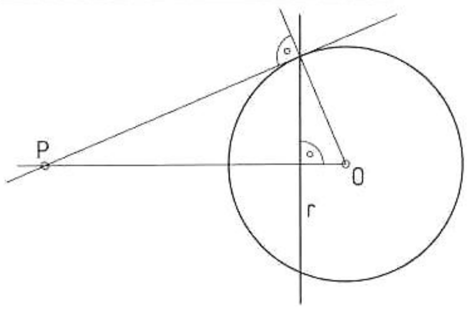
Hallar el centro radical de las tres circunferencias.

5



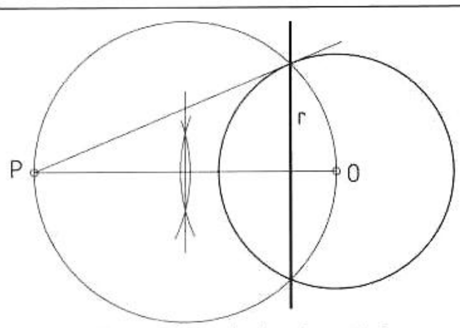
Hallar el centro radical de las dos circunferencias y la recta.

6



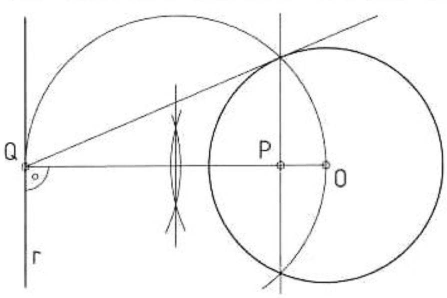
Hallar el polo de R respecto de la circunferencia O.

7



Hallar la polar de P respecto de la circunferencia O.

8



Hallar el polo de R respecto de la circunferencia O.