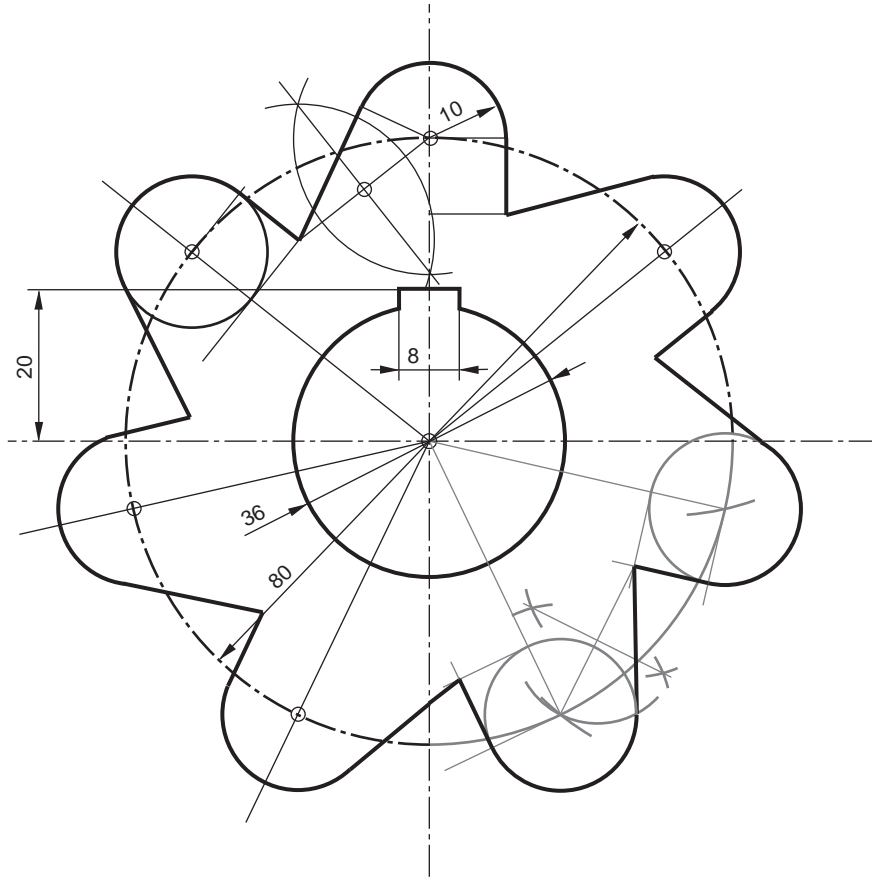


SELECTIVIDAD VALENCIA . JUNIO 2000

Completar la figura representada, indicar a que escala está dibujada. (2PTOS)



Esta línea representa el límite del espacio gráfico destinado a este ejercicio en el original de la PAU.

Grupo	Apellido Apellido, Nombre	Fecha



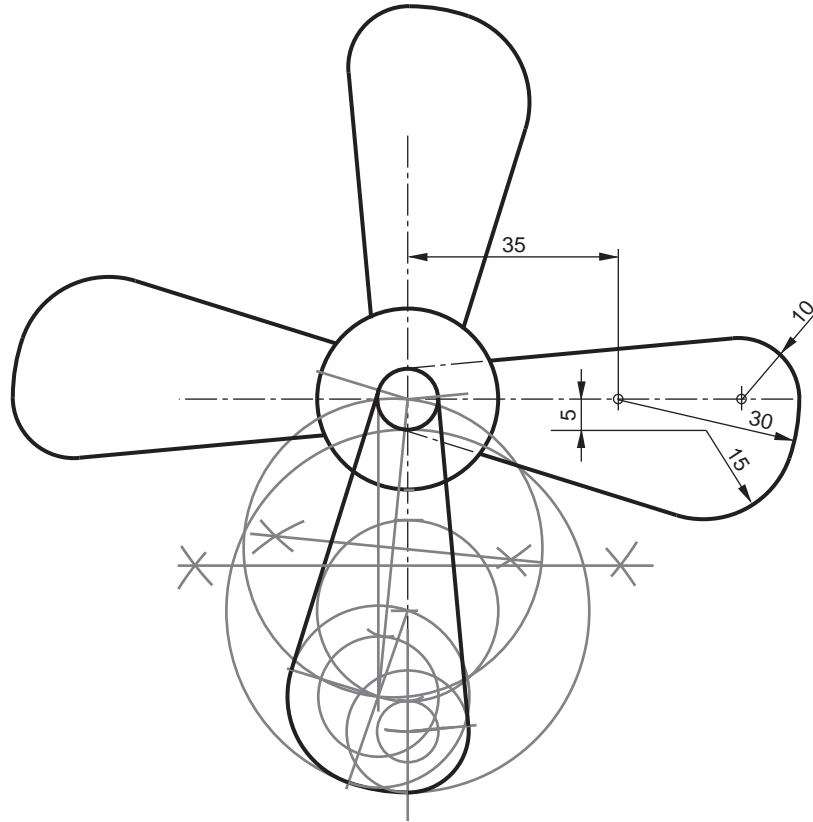
laslaminaS.es

Título de la lámina

SELECTIVIDAD TANGENCIAS

SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2000

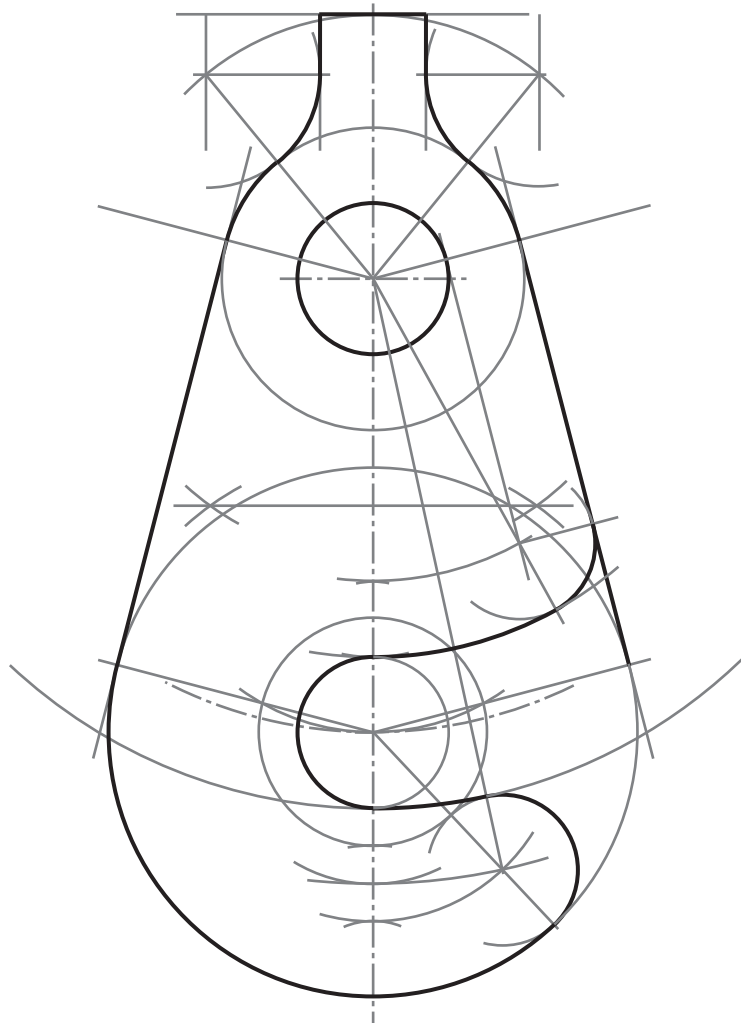
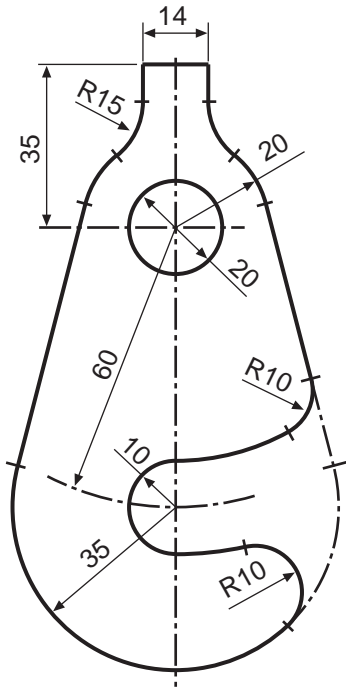
Completar la figura representada, indicar a que escala está dibujada. (2PTOS)



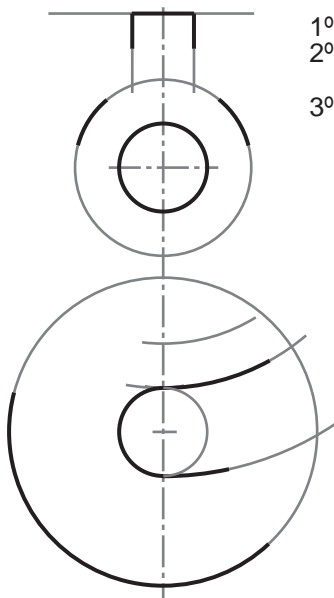
Esta línea representa el límite del espacio gráfico destinado a este ejercicio en el original de la PAU.

SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2001

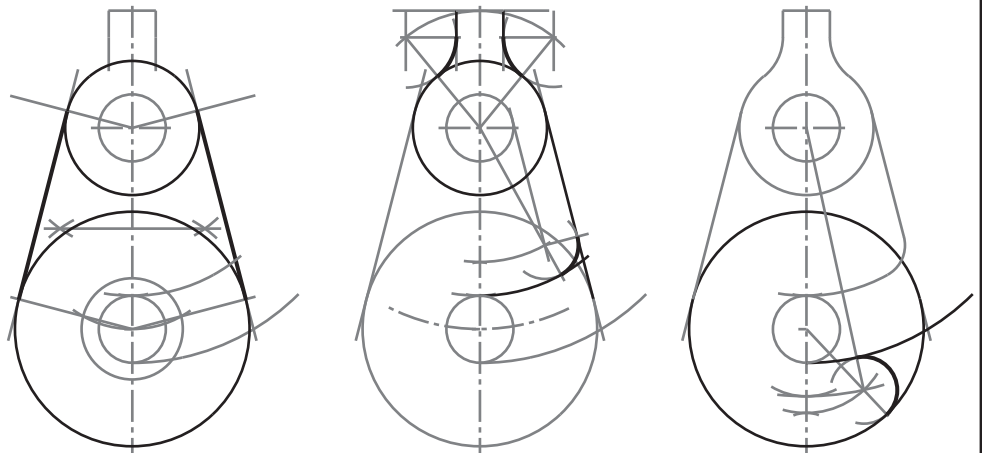
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 1:1 indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los arcos y las rectas. (2PTOS)



Este ejercicio solo contiene ejercicios de tangencias básicas. Con los datos dados en el enunciado podemos situar los elementos indicados en el dibujo de izquierda.

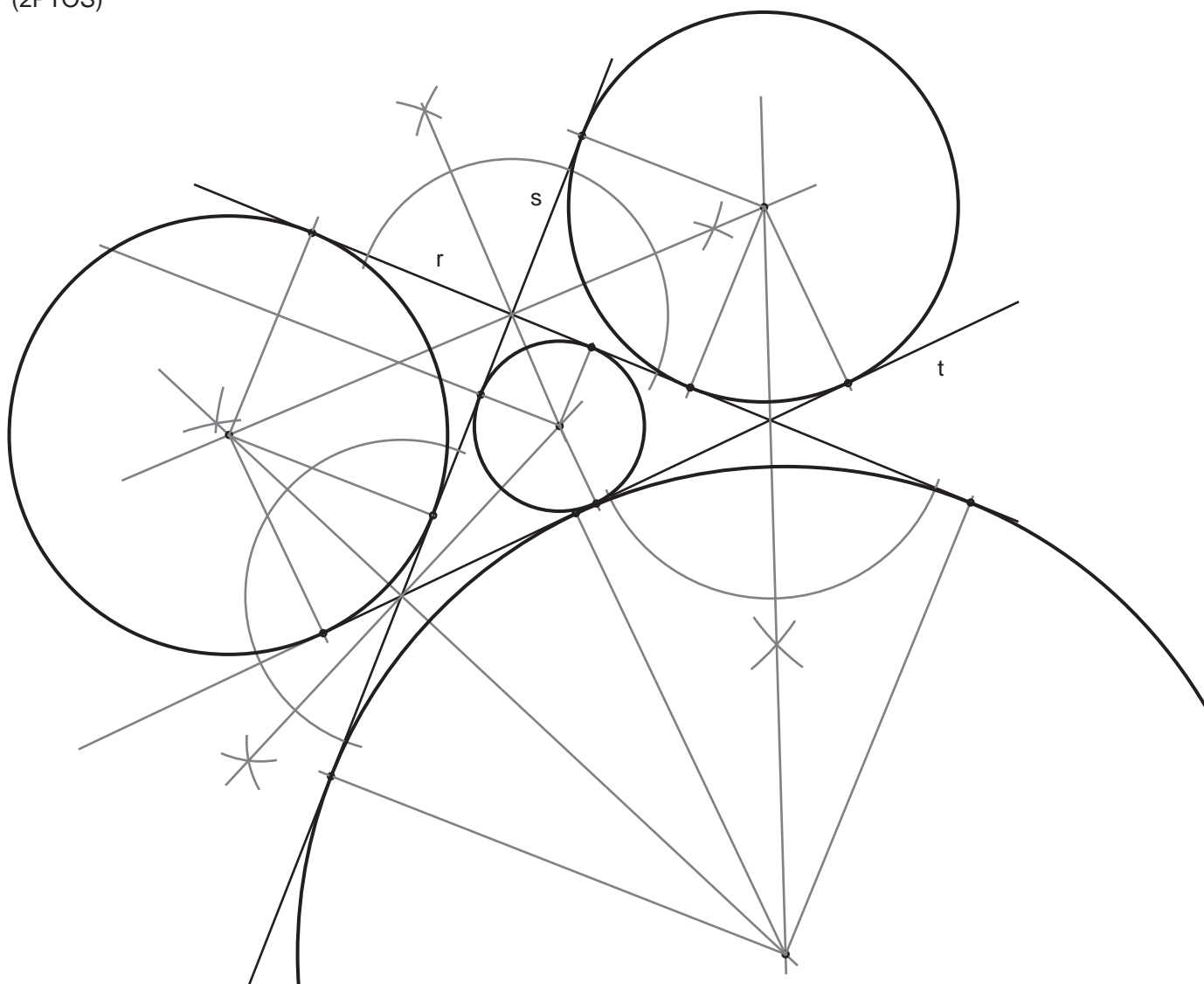


- 1º- Nos conviene realizar el problema rectas "tangentes exteriores a dos circunferencias".
- 2º- Nos encontramos con un problema repetido tres veces: " circunferencia da radio dado tangente a una circunferencia y una recta dadas."
- 3º- Problema: "circunferencia de radido dado tangente interior a una y exterior a otra dadas".



## SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2001

Dibujar las circunferencias tangentes a tres rectas dadas, indicando los centros y los puntos de tangencia con las rectas. (2PTOS)



Este ejercicio es uno de los más sencillos de los nueve planteados por Apolonio de Perga.

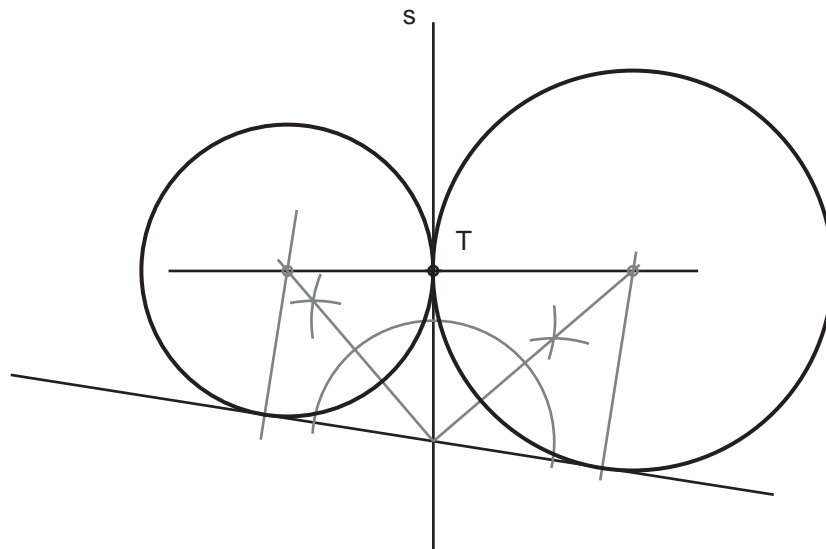
1º- El incentro es el centro de la circunferencia inscrita del triángulo. En este caso, para no contaminar el interior del triángulo con trazados auxiliares hemos trazados solamente dos bisectrices de los ángulos opuestos de los interiores del triángulo. Las bisectrices de los ángulos opuestos son las mismas que las de los interiores. Con dos bisectrices nos basta para encontrar el incentro a partir del cual trazamos perpendiculares a las rectas dadas que nos darán los puntos de tangencia de la circunferencia inscrita.

2º- Los exincentros se obtienen trazando las bisectrices de los ángulos exteriores del triángulo. Como en el apartado anterior, hemos trazado solo una bisectriz para cada par de ángulos opuestos exteriores. Una vez hallados los centros trazamos perpendiculares a las rectas dadas que nos darán los puntos de tangencia buscados.

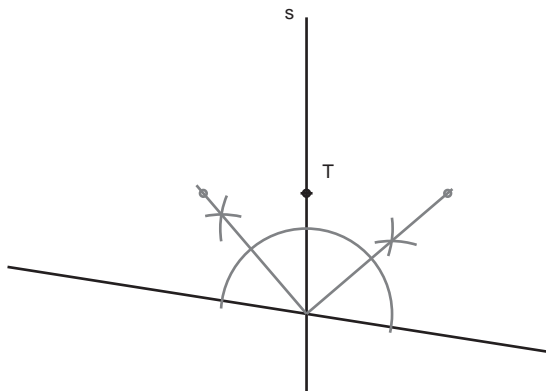


SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2001

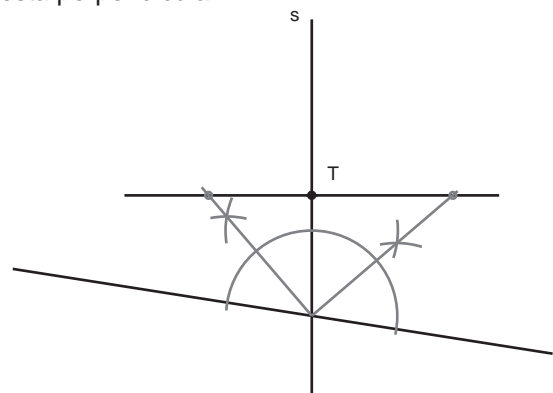
Dibujar las circunferencias tangentes a dos rectas conociendo el punto de tangencia T sobre la recta s. (2PTOS)



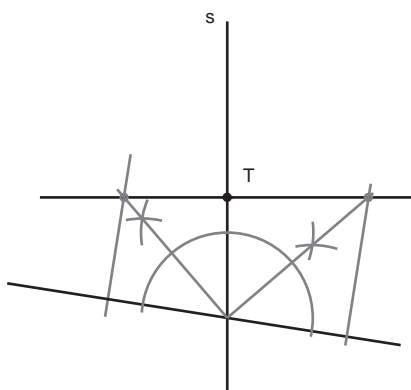
En las bisectrices estaran los dos centros de las dos circunferencias de la solución



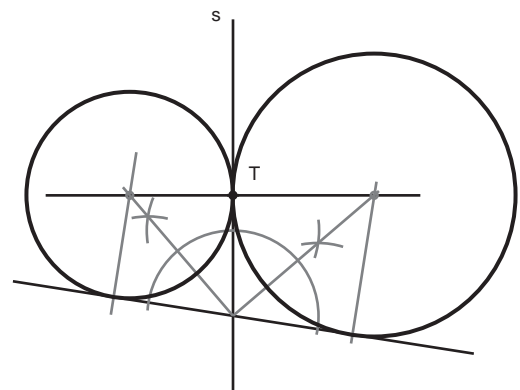
En la perpendicular por T a la recta S estaran los dos centros de las soluciones, por lo tanto los centros están en las intersecciones de las bisectrices con esta perpendicular.



A partir de los centros hallados trazamos perpendiculares a la recta oblicua para determinar los puntos de tangencia.

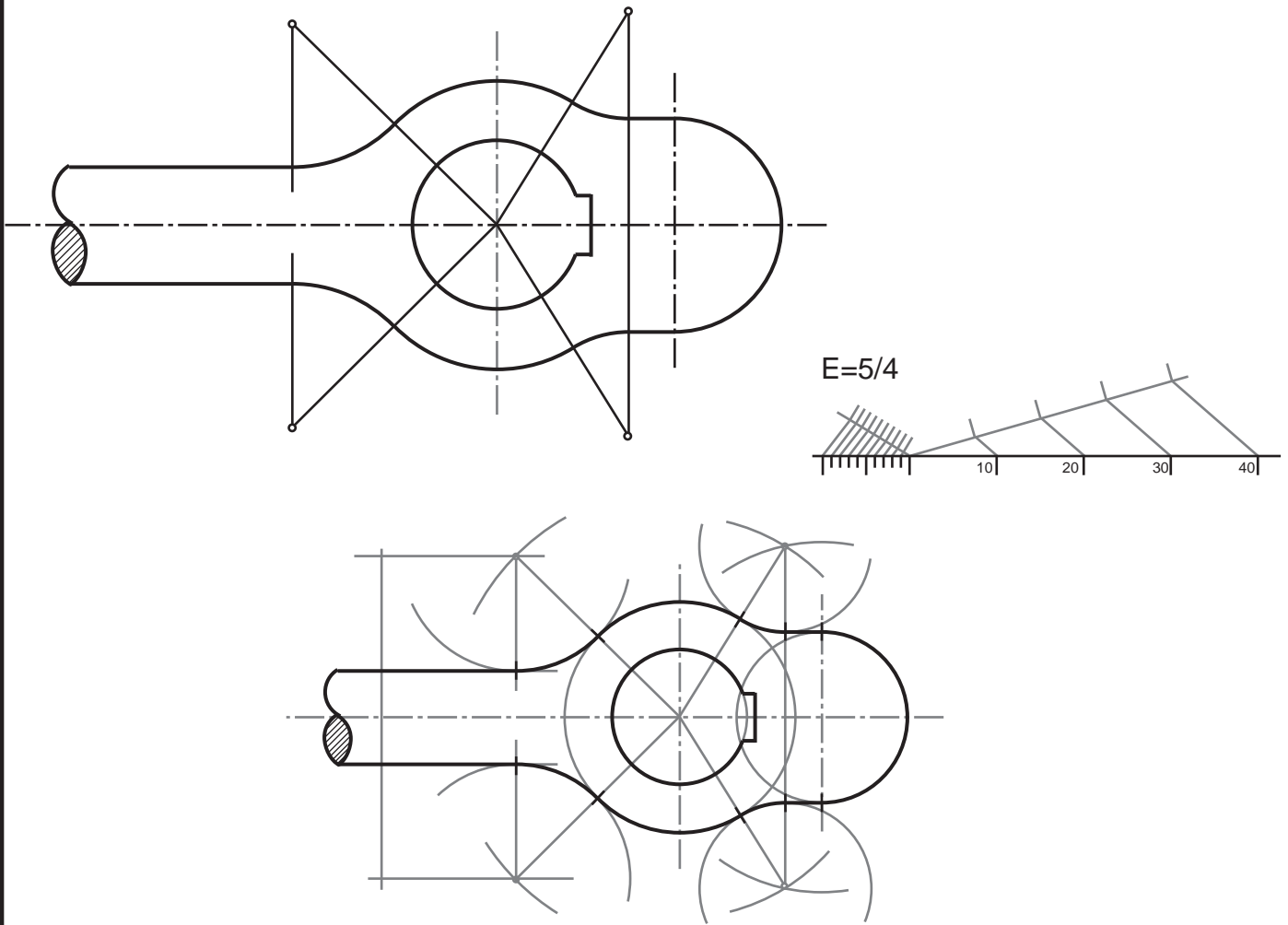


Trazamos las soluciones.



# SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2001

A partir de los datos que aparecen en la muestra, dibujar a escala 5:4 la figura que está dibujada a escala 1:1. Marca con un trazo transversal los puntos de enlace y tangencia. (2PTOS)

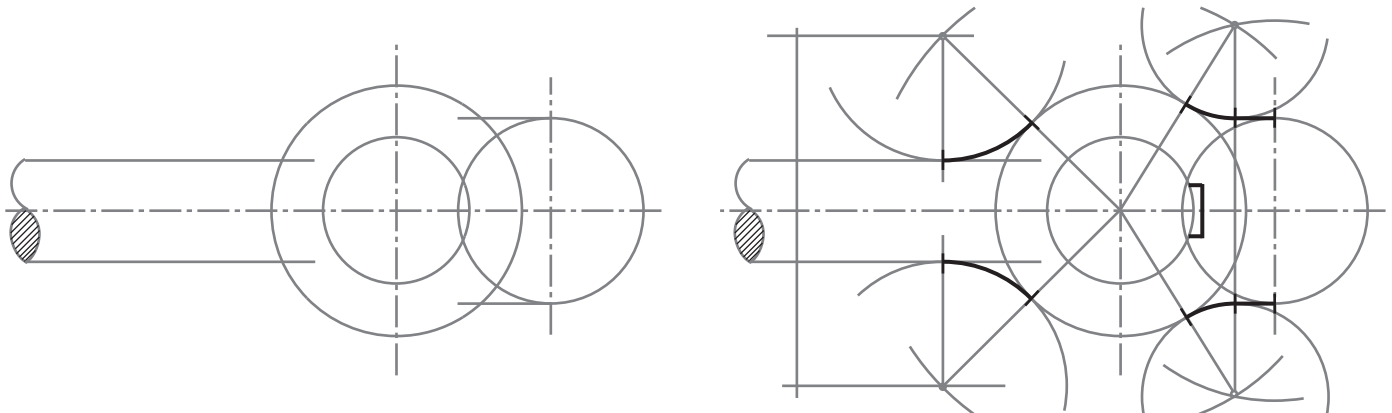


Este ejercicio solo contiene ejercicios de tangencias básicas. Quizás ni siquiera eso, pues nos muestran los centros de los arcos que enlazan las rectas y circunferencias. En principio podríamos dibujar lo que nos pide el enunciado simplemente tomando medidas y aplicando la escala. Pero para satisfacer a los correctores realizaremos este problema en tres fases:

1º- Dibujaremos la escala gráfica de 5:4.

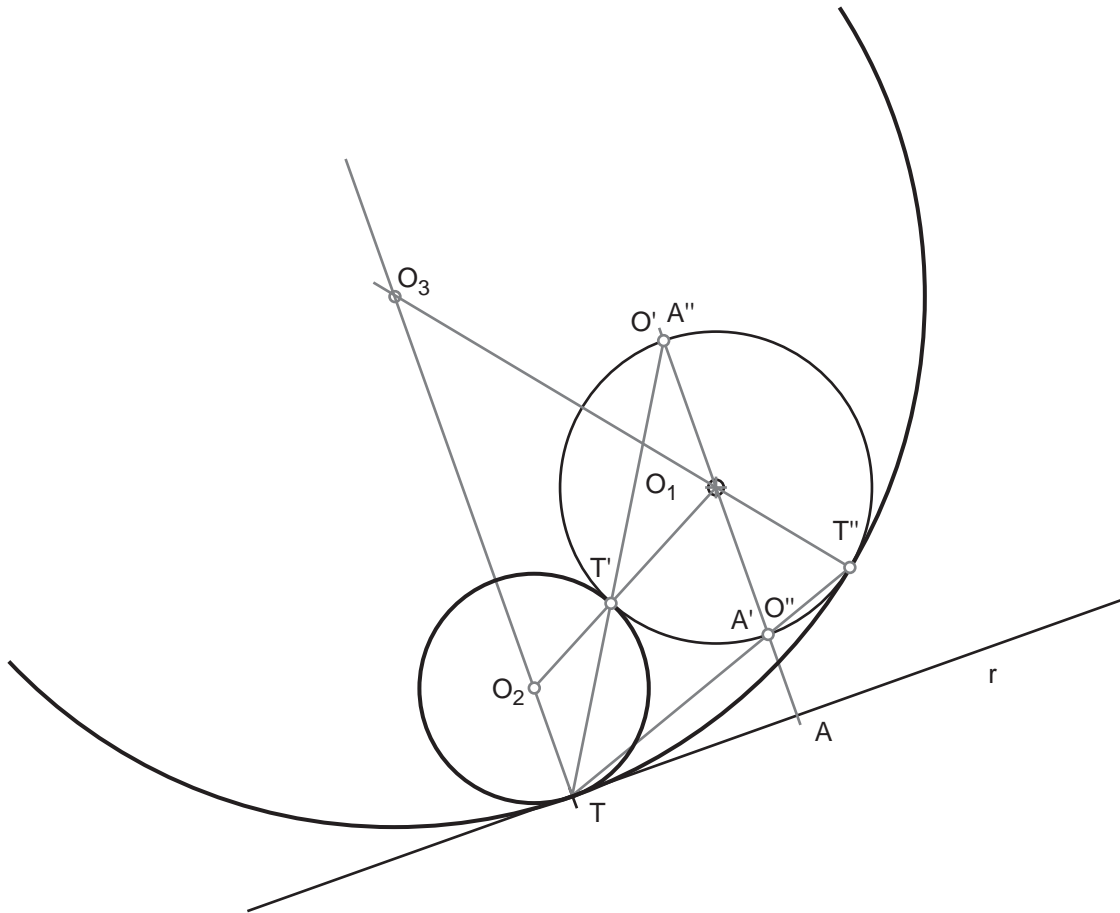
2º- Tomaremos medidas de las circunferencias cuyo centro se encuentra en el eje de simetría principal y la distancia entre el eje y las paralelas, aplicaremos la escala y las dibujaremos.

3º Tomaremos medidas de los radios de los arcos que enlazan, desde los datos dados y hallaremos los centros, aplicando las escalas a las medidas tomadas, siguiendo las propiedades fundamentales de las tangencias



SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2002

A Trazar las circunferencias que sean tangentes a la dada y a la recta  $r$  con el punto  $T$ . (2PTOS)



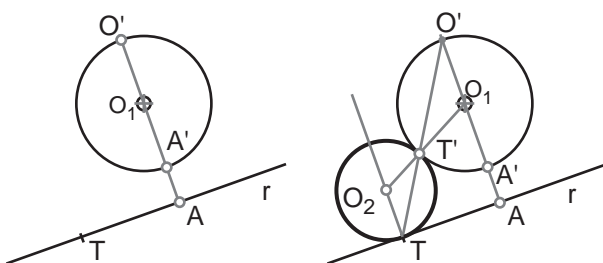
Resolvemos este ejercicio haciendo poniendo en practica la inversión. Inversión recta-circunferencia: "la figura inversa de una circunferencia que tiene el centro de inversión sobre esta es siempre una recta estando el centro de inversión siempre sobre una recta perpendicular a la recta que pasa por el centro de la circunferencia".

- Si los pares de puntos inversos se encuentran a distinto lado del centro de inversión, es una inversión negativa
- Si los pares de puntos inversos se encuentran al mismo lado del centro es una inversión positiva.

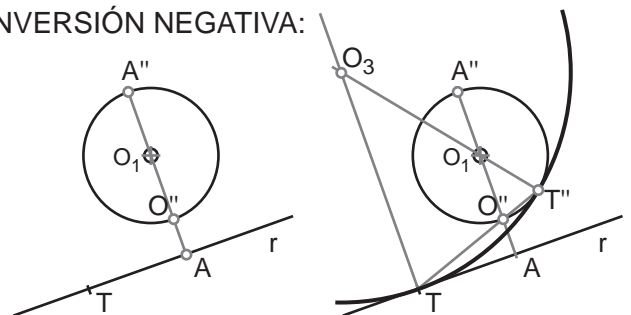
Recordemos que los puntos de tangencia se conservan en la transformación.

por ello lo primero que haremos será sentar las bases, en los datos dados, de la inversión. Establecemos dos inversiones: POSITIVA Y NEGATIVA (todo dentro del mismo problema)

INVERSIÓN POSITIVA:



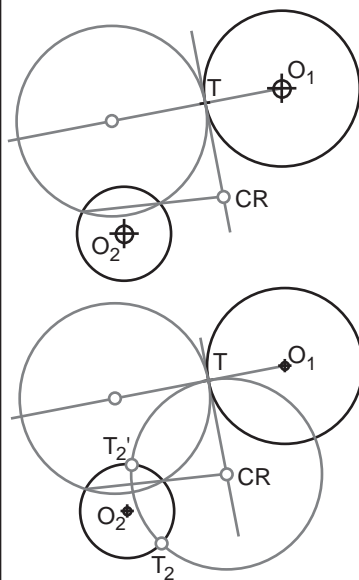
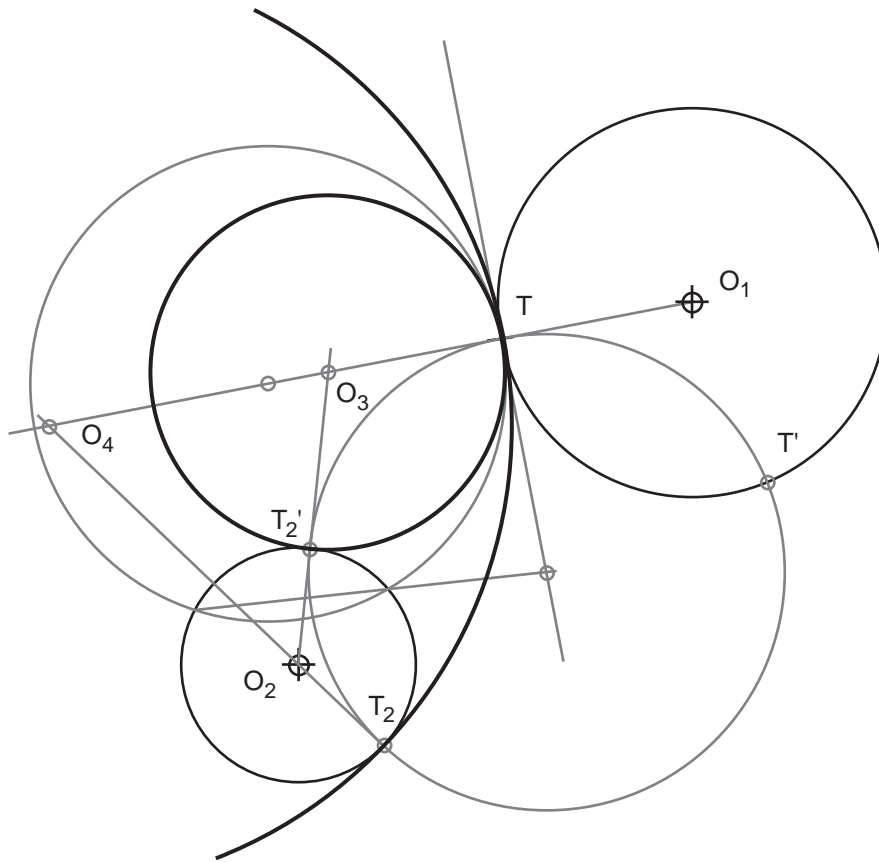
INVERSIÓN NEGATIVA:



Una vez hemos establecido las dos inversiones solo nos falta (alineandolos con el centro hasta obtener su inverso) obtener los dos puntos inversos sobre la circunferencia del punto  $T$  ( $T'$  para la inversión positiva y  $T''$  para la inversión negativa). Despues de esto: los centros de las soluciones se encuentran sobre una perpendicular a  $r$  pasando por  $T$  (teorema de las tangencias) y los centro se encuentran alineados con el punto de tangencia (teorema de tangencias)

# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2002

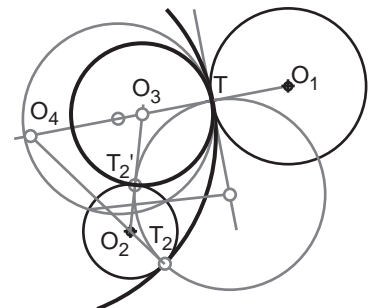
Trazar las circunferencias que sean tangentes a dos circunferencias dadas, conocido el punto de tangencia  $T$ , en una de ellas. Marcar con un trazo transversal los centros y los puntos de tangencia. (2PTOS)



Alineamos  $T$  con  $O_1$ , en esa recta se encontrarán los centros de las soluciones (teorema de las tangencias). Trazamos una circunferencia tangente por  $T$  a la cir. de  $O_1$  y secante a la otra cir. ( $O_2$ ). trazamos la recta tangente común a la cir. auxiliar y cir de  $O_1$  y el eje radical de la cir  $O_2$  con la cir. auxiliar, ambas rectas se cortan en el centro radical de las tres circunferencias y de las dos de la solución.

Con centro en  $CR$  y radio  $CR-T$  trasladamos la medida sobre la cir. de centro  $O_2$  obteniendo  $T_2'$  y  $T_2$ , estos son puntos de tangencia de ambas soluciones.

Uniendo  $T_2$  y  $T_2'$  con  $O_2$  obtenemos sobre la recta  $O_1T$  ambos centros para trazar ambas soluciones.

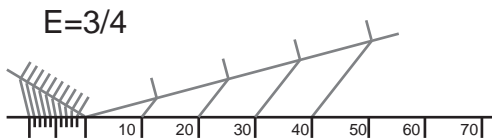
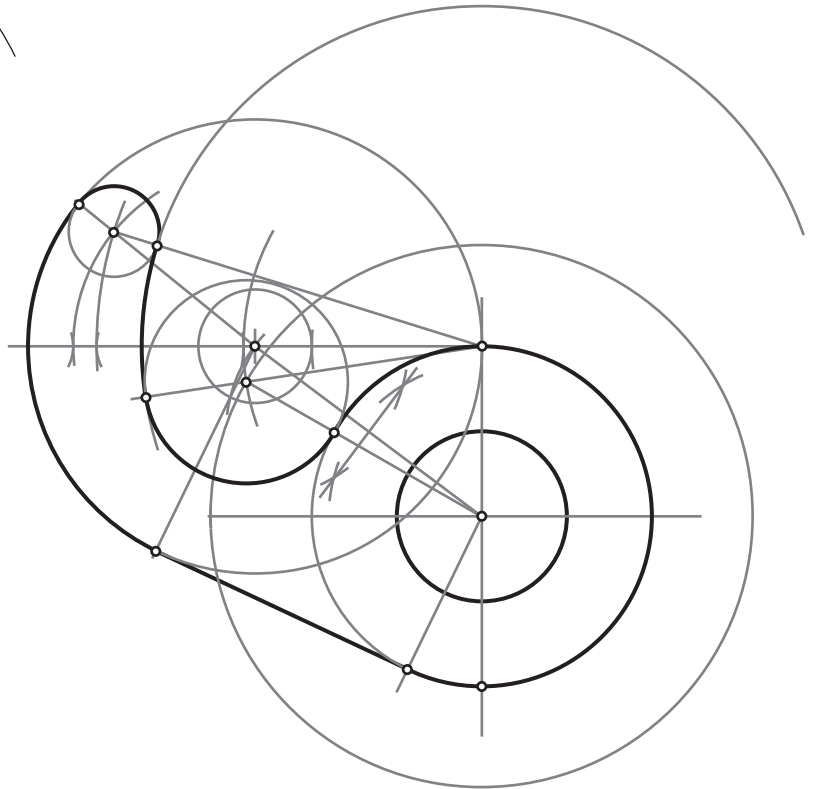
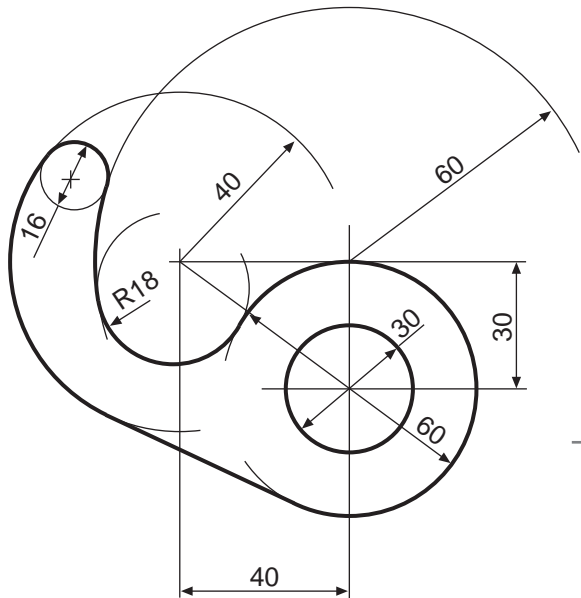


Este problema también se puede resolver por inversión. No lo hemos hecho, pues aunque el centro de inversión negativa (centro de homotecia inversa) se encuentra dentro del espacio gráfico (esto nos proporcionaría una solución en  $T_2$ ) el centro de inversión positiva (centro de homotecia directa) no entra dentro de los límites marcados por el margen quedando de este modo el problema resuelto a medias.

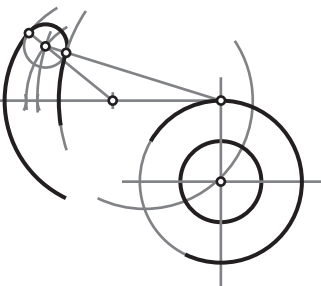
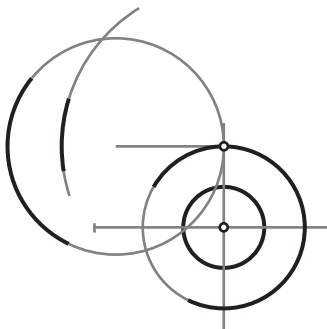


SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2002

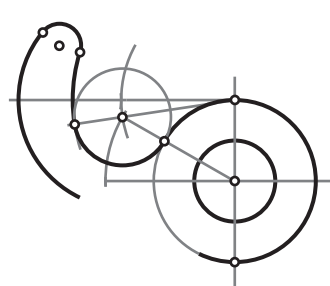
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 3:4 indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los arcos y rectas. Rerealizar la escala gráfica. (2PTOS)



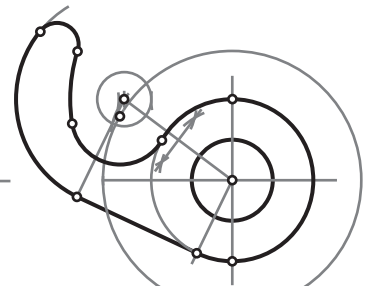
Con los datos que nos dan podemos situar los siguientes elementos.



Circunferencia de radio dado tangente interior a una y exterior a otras dadas.



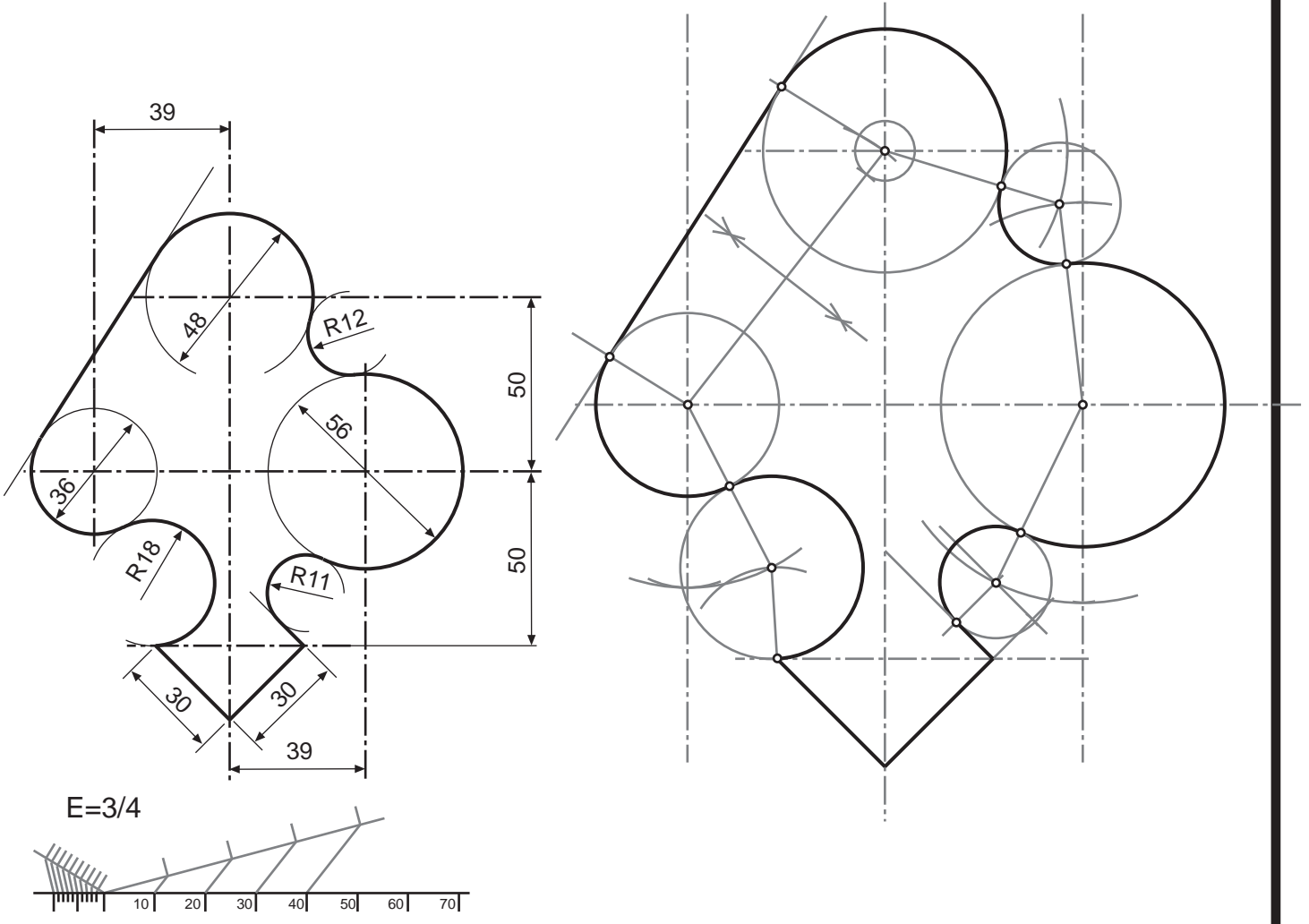
Circunferencia de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.



Rectas tangentes exteriores (solo una de ellas) a otras dos dadas.

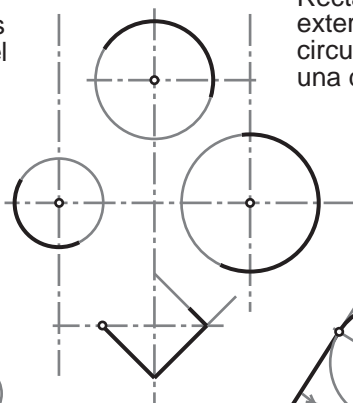
SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2002

Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 3:4 indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2PTOS)

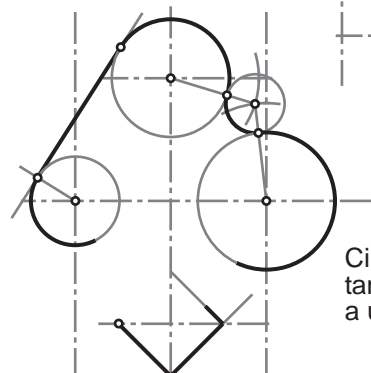
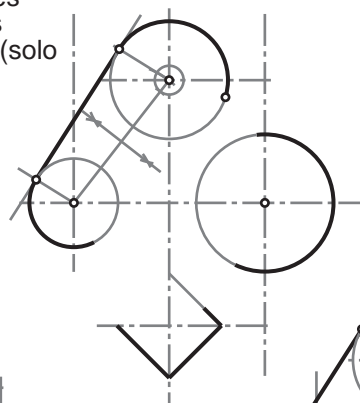


Con los datos que nos dan podemos trazar los siguientes elementos del dibujo.

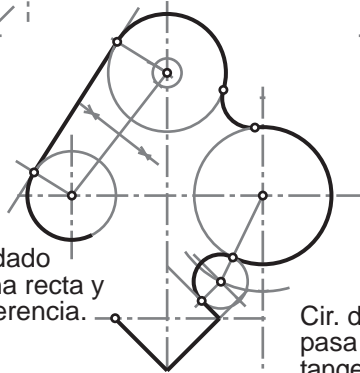
Cir. de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.



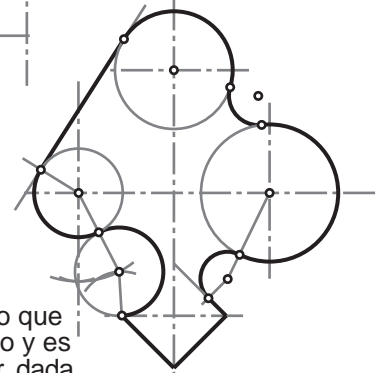
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias (solo una de ellas).



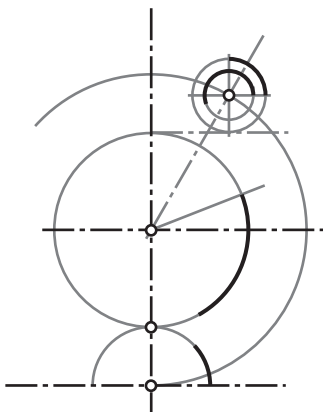
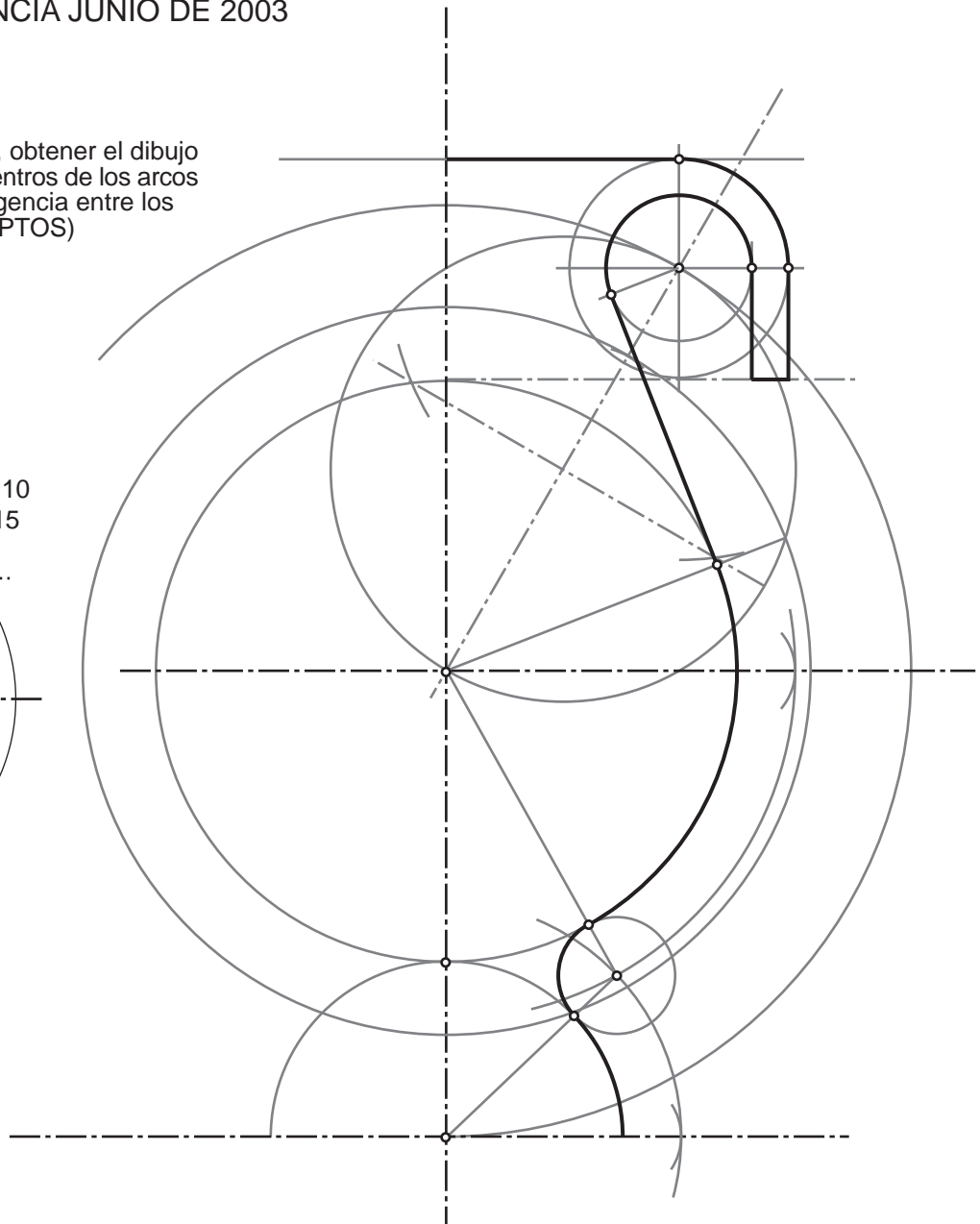
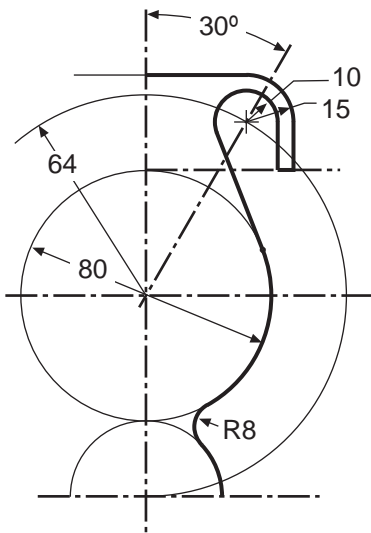
Cir. de radio dado tangente a una recta y a una circunferencia.



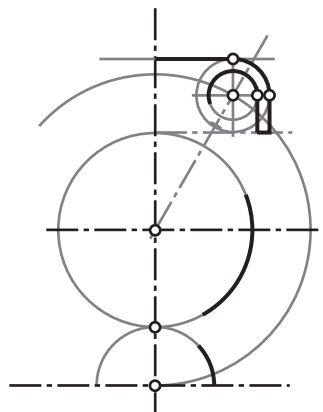
Cir. de radio dado que pasa por un punto y es tangente a una cir. dada.



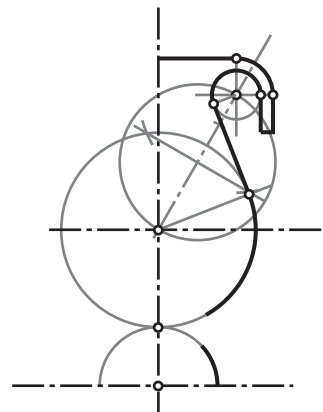
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 1:1 indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2PTOS)



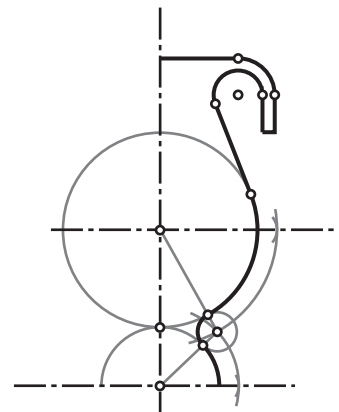
Segun los datos podemos situar los elementos mostrados en la ilustraci'on superior



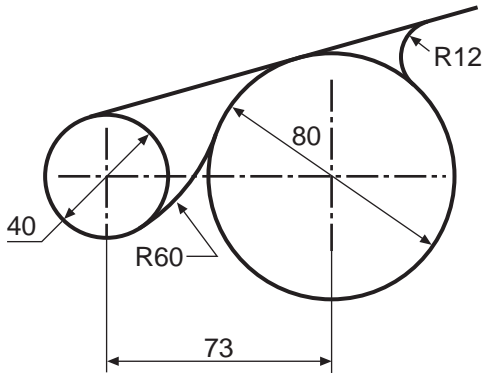
A continuaci'on, sin datos, pero conociendo las propiedades de perpendicularidad de las rectas tangentes respecto a los radios situamos los siguientes segmentos



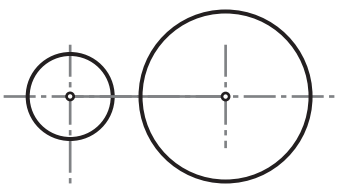
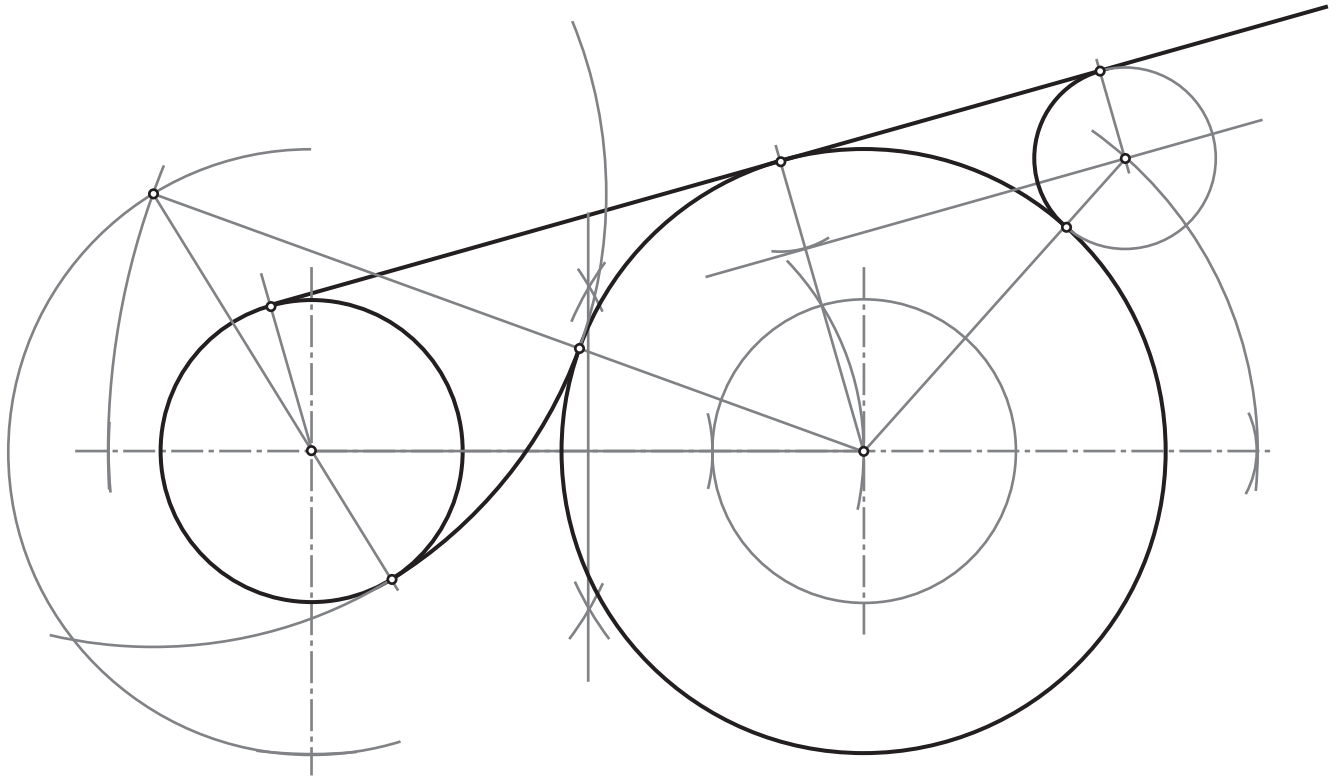
Rectas tangentes interiores (solo una) a dos circunferencias dadas.



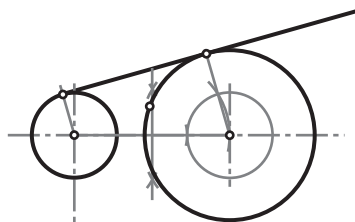
Circunferencia de radio dado tangente a dos circunferencias dadas.



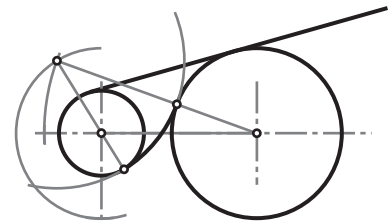
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 1:1  
Indicar los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2PTOS)



Segun los datos podemos situar los elementos mostrados en la ilustraci'on superior

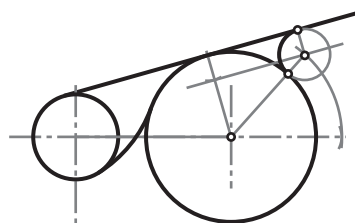


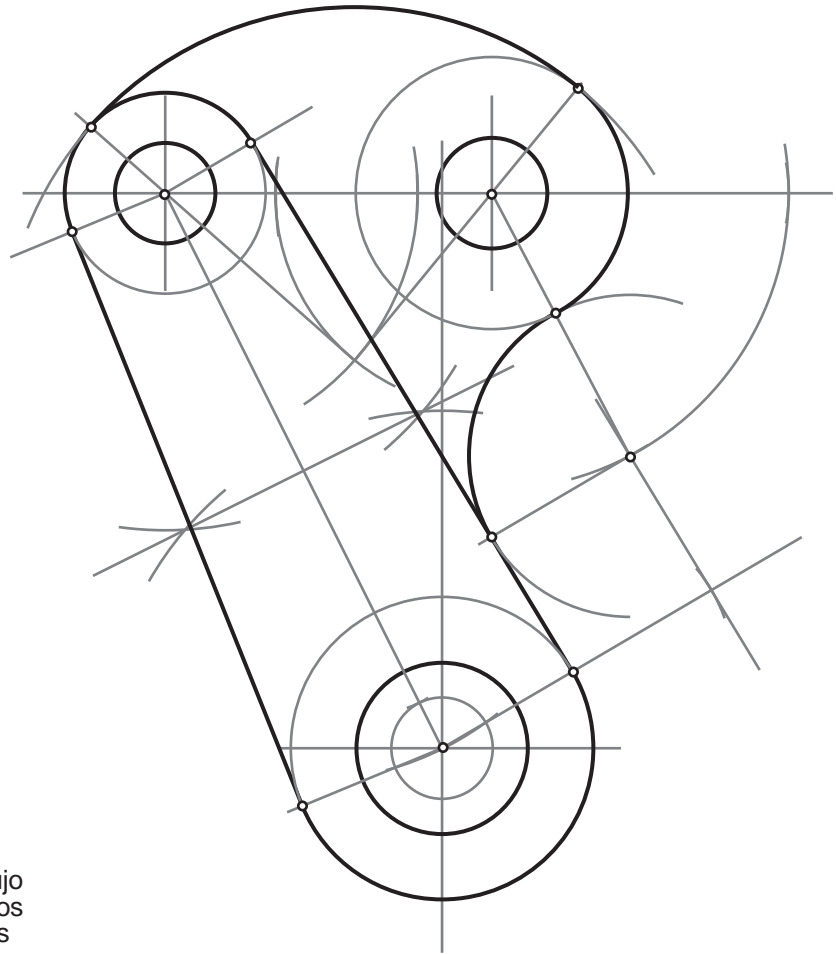
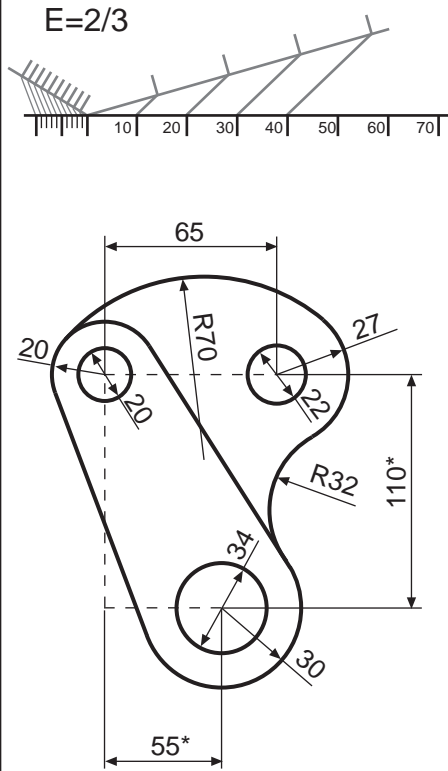
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias (solo una de ellas).



Cir. de radio dado tangente interior a una y exterior a otra dadas.

Cir. tangente exterior a una cir. y a una recta dadas.



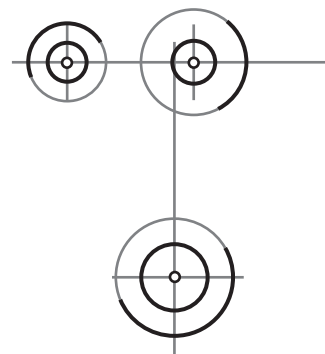


Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 2:3 indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas.

(2PTOS)

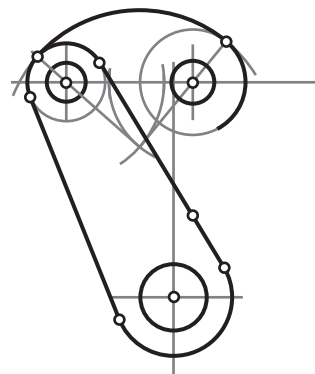
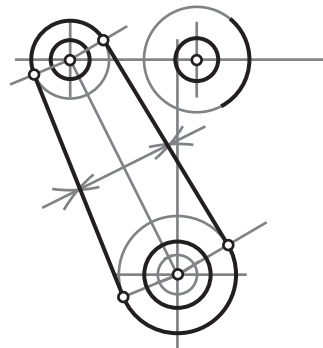
\*: Conforme las proporciones que muestra la figura en el croquis, la cota de 110 debe ser 88 y la cota de 55 debe ser 44. No obstante la opción más natural y correcta por parte de un alumno es ceñirse a los datos del enunciado y el croquis.

Podemos observar como tomando las cotas que nos indica el croquis la pieza adquiere unas proporciones más esbeltas.



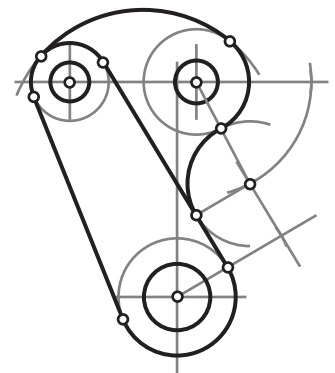
Segun los datos podemos situar los elementos mostrados en la ilustración superior

Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias



Cir. de radio dado que contiene a otras dos dadas.

Cir. tangente exterior a una cir. y a una recta dadas.

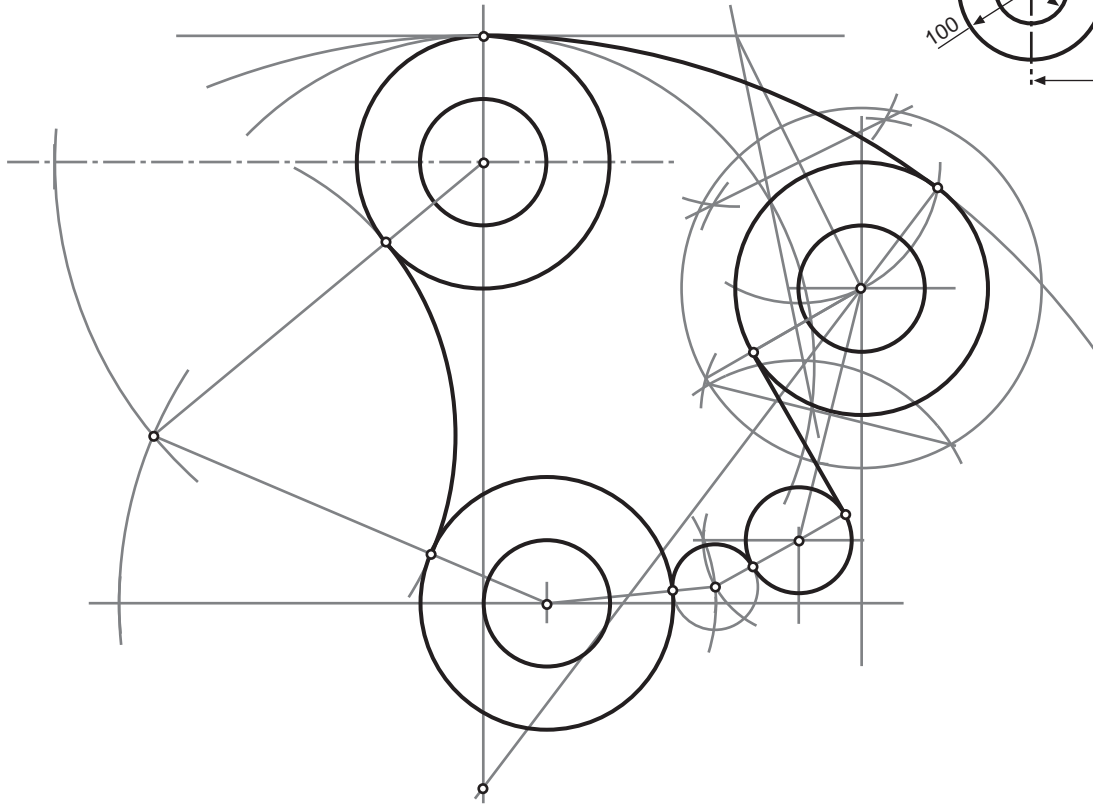
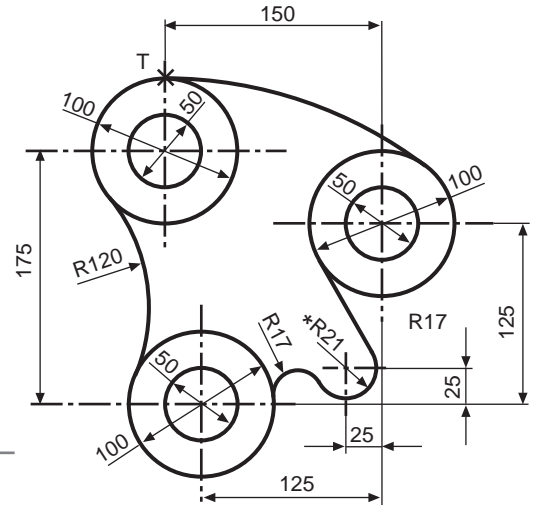
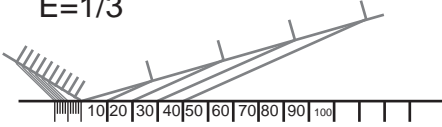


SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2004

Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 1:3 indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica. (2PTOS)

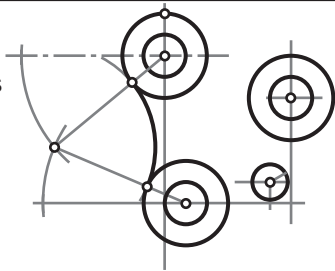
\* La cota R21 no aparecía en el original de las PAU. No obstante es una cota necesaria para la resolución del ejercicio.

E=1/3

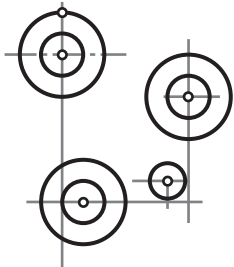
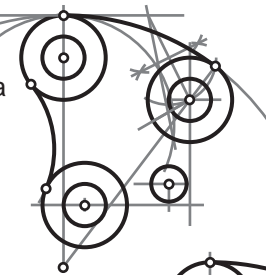


Abajo vemos los elementos situados a partir de los datos dados en el enunciado.

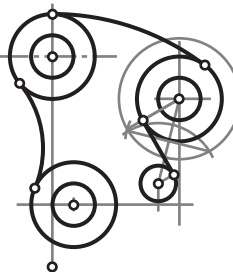
Derecha: Cir. de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.



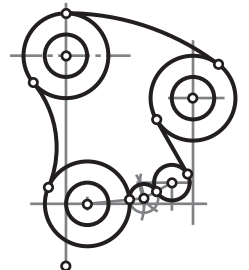
A la derecha: Caso particular de CCP en el que el punto de tangencia se encuentra sobre una de las cir. dadas. Resolvemos mediante potencia-eje-centro radical.



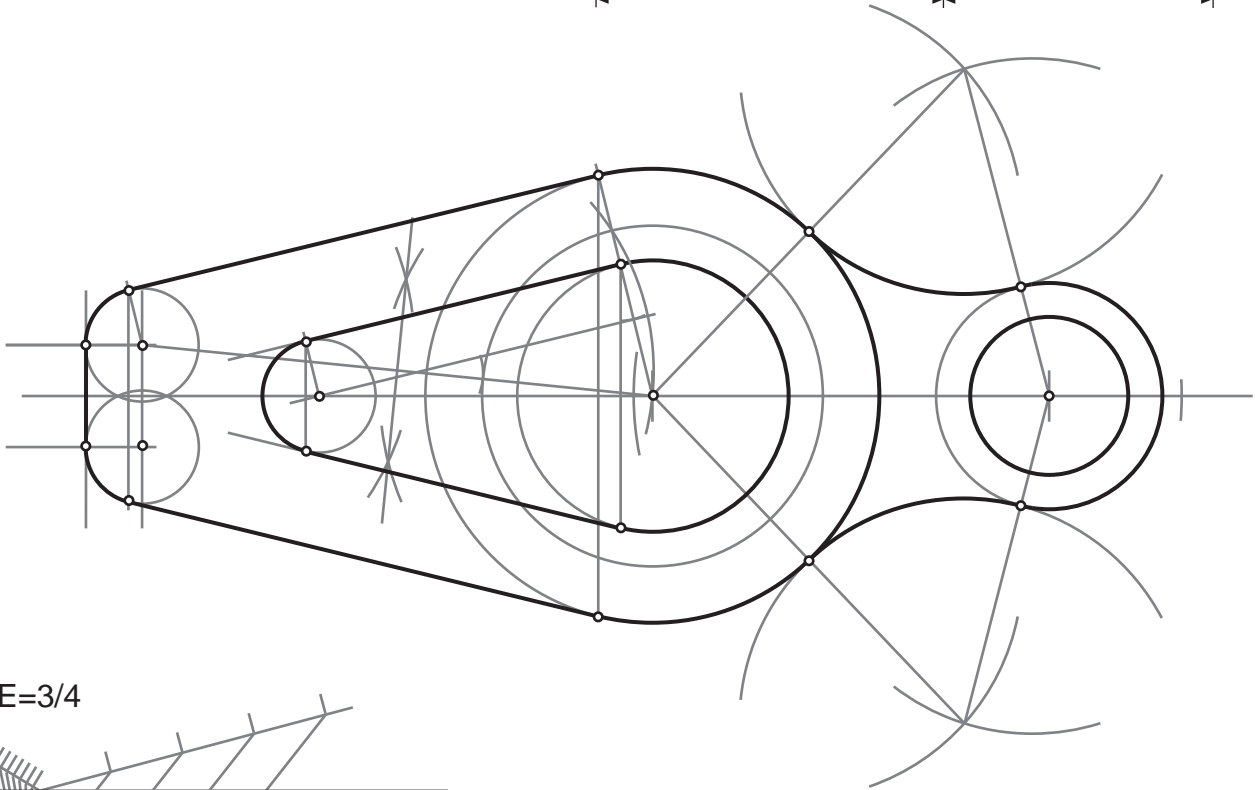
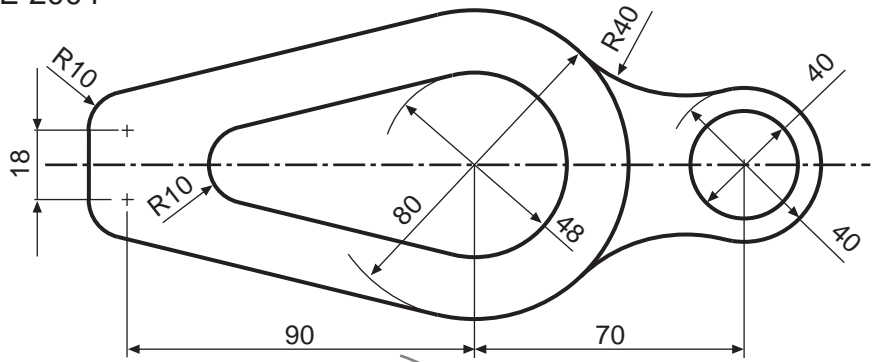
Rectas tangentes interiores a dos circunferencias dadas. Solo necesitamos una de las dos.



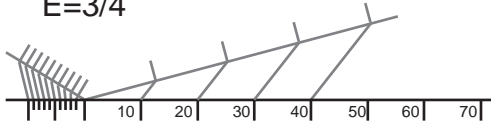
Circunferencia de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.



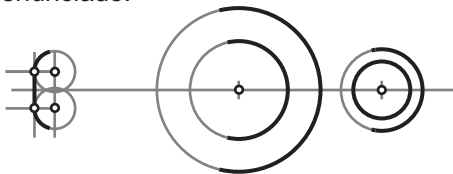
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 3:4, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica (2 PTOS)



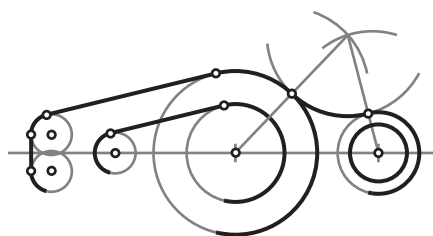
E=3/4



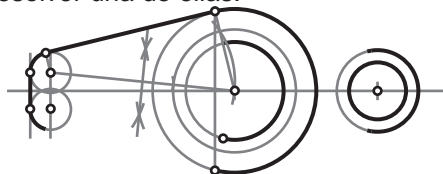
Abajo vemos los elementos situados a partir de los datos dados en el enunciado.



Circunferencia tangente exterior de radio dado tangente a otras dos dadas.



Rectas tangentes exteriores a dos cir. dadas. En principio solo vamos a resolver una de ellas.

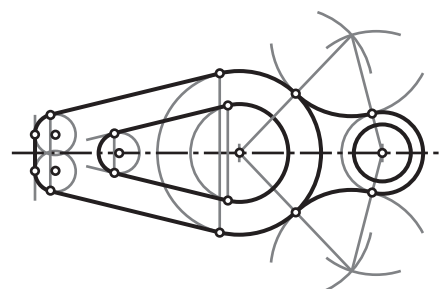
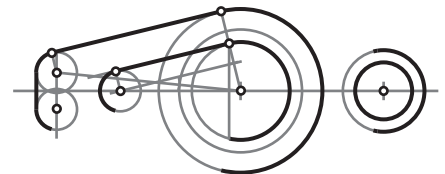


Hasta aquí hemos resuelto la mitad del ejercicio. A partir de aquí podemos proceder de igual modo en la mitad inferior o lo que es mejor:

Aprovechando las propiedades simétricas de la pieza (simetría longitudinal) podemos obtener los centros y los puntos de tangencia simétricos para posteriormente trazar los arcos y rectas que enlazan las cir. dadas.

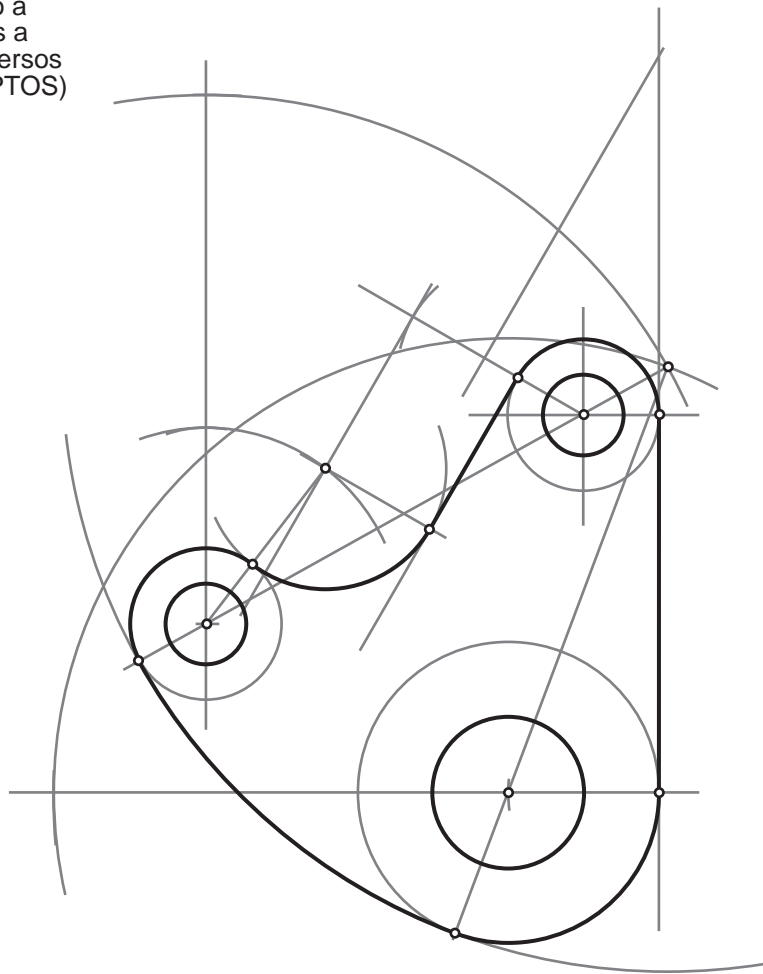
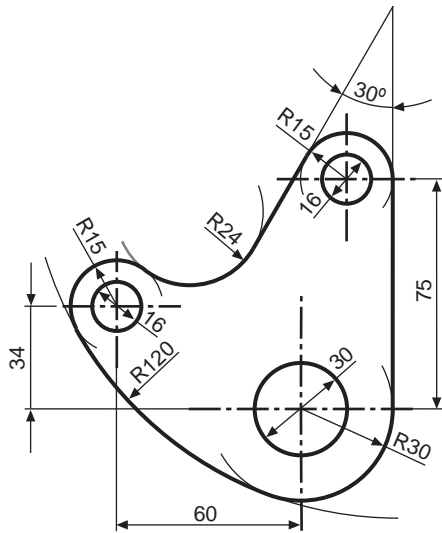
En la ilustración (abajo-derecha) hemos resuelto el resto del ejercicio siguiendo ese procedimiento a excepción de la circunferencias tangente exterior a otras dos dadas que ha sido resuelto de la misma forma que la otra mitad simétrica.

Paralela a la recta tangente anterior trazaremos otra tangente a la cir. interior el centro de la otra cir. con la cual es tangente lo encontraremos sobre el eje de simetría trazando una paralela interior a la distancia del radio dado para la cir. pequeña.

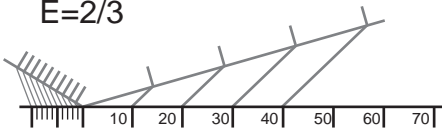


SELECTIVIDAD VALENCIA  
SEPTIEMBRE DE 2004

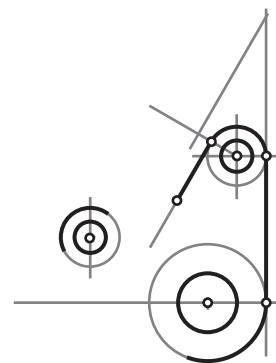
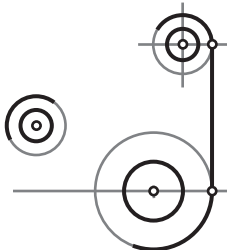
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 2:3, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica. (2 PTOS)



E=2/3

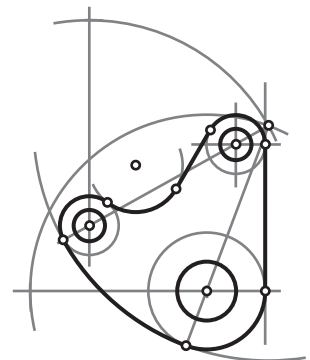
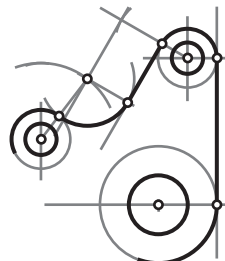


Abajo vemos los elementos situados a partir de los datos dados en el enunciado. Incluimos una recta tangente que no trae mayor complicación.



Trazamos una recta que cumpla la magnitud angular. Trazamos su perpendicular pasando por el centro de la cir. con la cual debe de cumplirse la tangencia, obteniendo el punto de tr. y trazando a partir de el la recta buscada.

Cir. de radio dado tangente a una recta y a otra circunferencia dada.

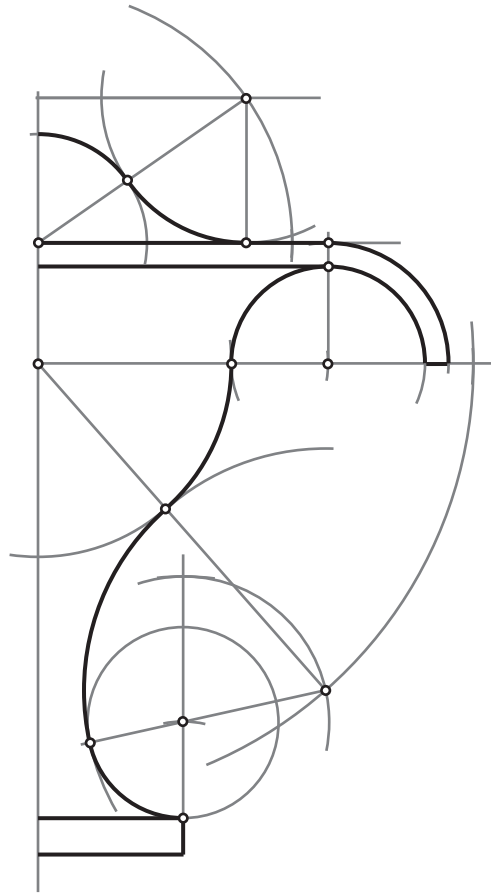
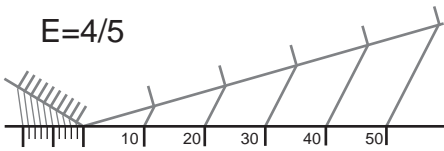
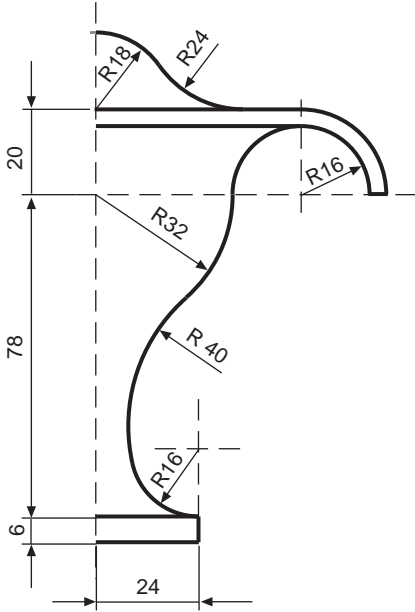


Cir. de radio dado que tangente a otras dos dadas y que las contiene.

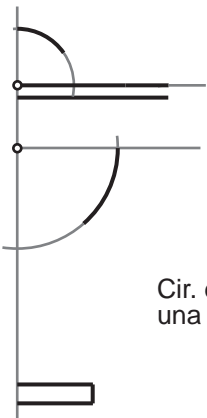




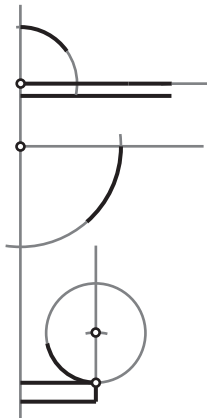
Dado el croquis de la figura, obtener el dibujo a escala 4:5, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica. (2 PTOS)



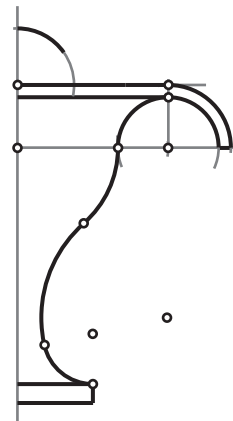
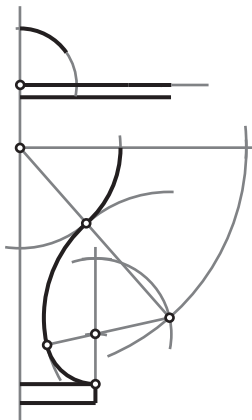
Abajo vemos los elementos situados a partir de los datos dados en el enunciado.



Cir. de radio dado tangente a una recta por un punto.

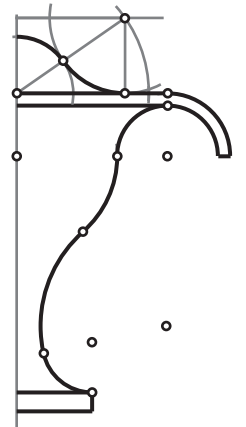


Cir. de radio dado tangente interior a una y exterior a otra circunferencia dadas .



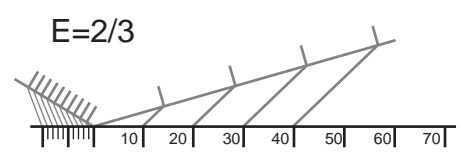
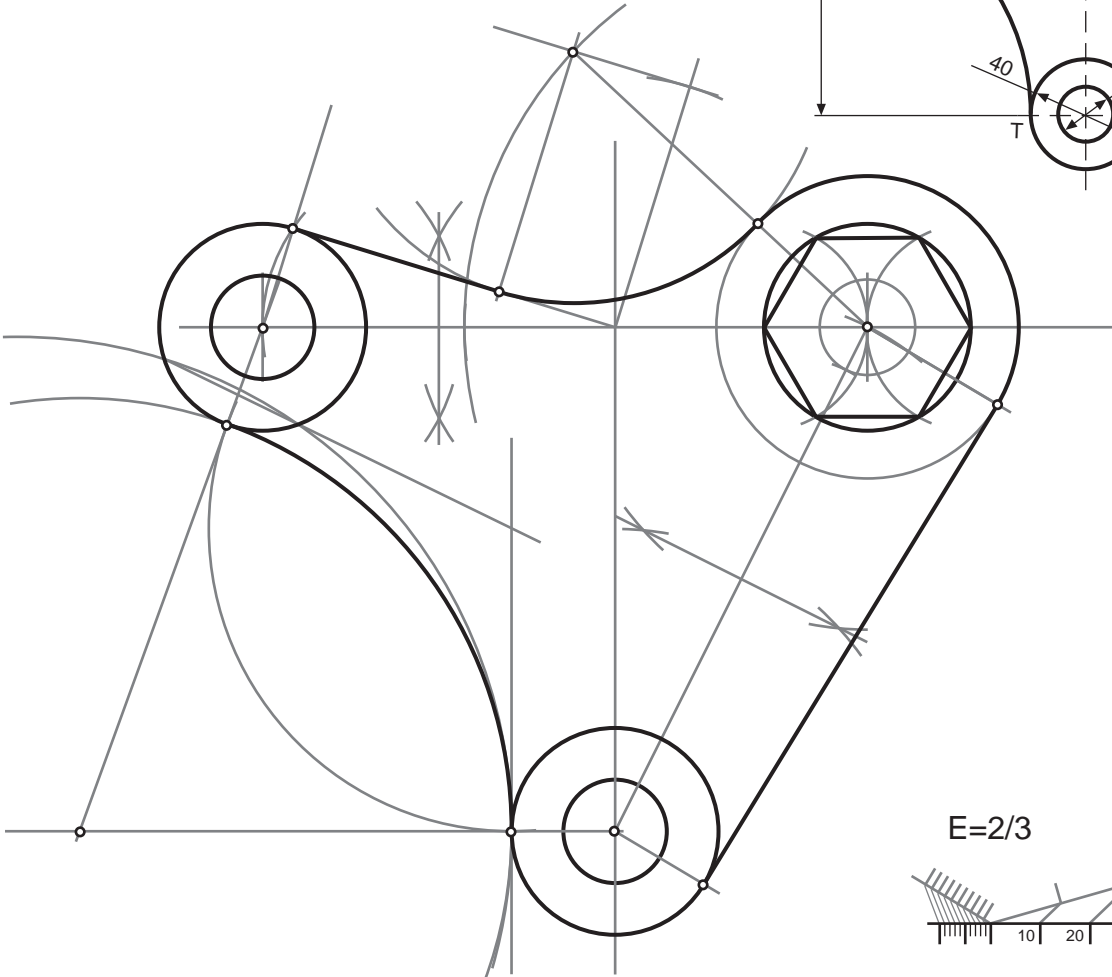
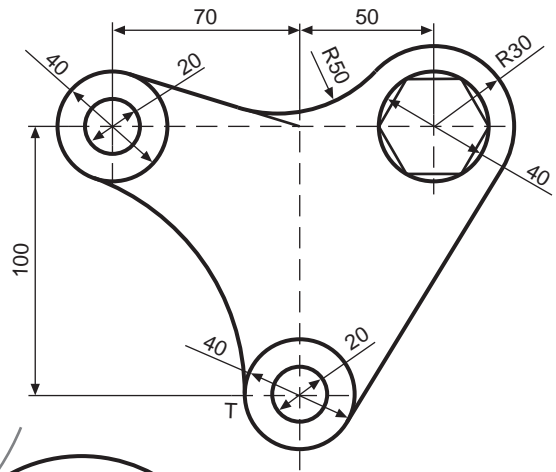
Cir. de radio dado tangente a otra por un punto. Y recta tangente a una circunferencia por un punto

Cir. de radio dado tangente exterior a otra circunferencia y a una recta.



SELECTIVIDAD VALENCIA  
 JUNIO DE 2005

Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 2:3, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica. (2 PTOS)

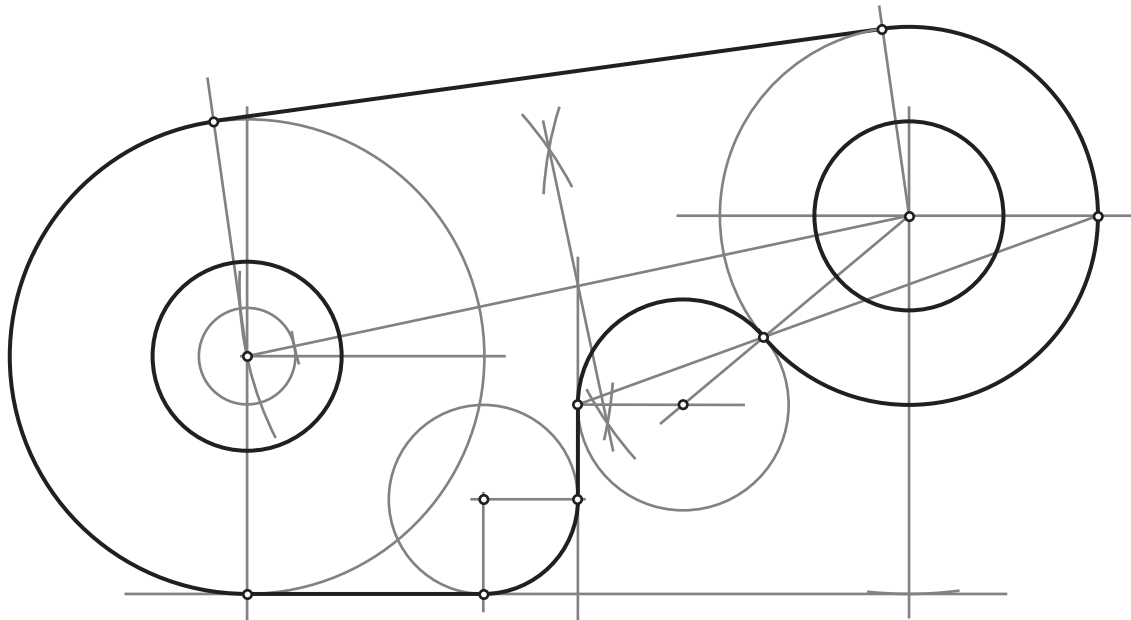
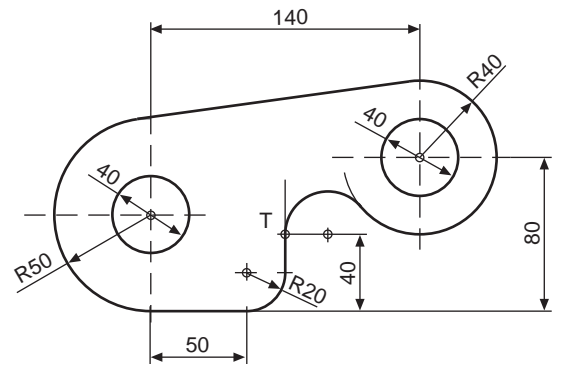


A collection of geometric construction diagrams illustrating various tangency problems:

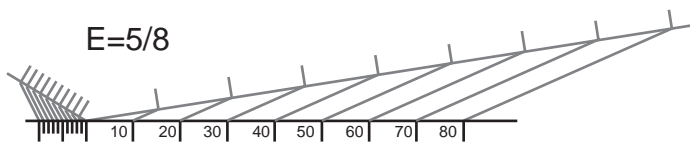
- Rectas tangentes a una cir. que pasan por un punto (solo una de ellas).
- Cir. de radio dado tangente a una recta y a una circunferencia.
- Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias (solo una de ellas)
- CCP: caso de apolonio. Cir. tangente a otras dos dado un punto de tangencia sobre una de las dos cir. dadas.

SELECTIVIDAD VALENCIA  
 JUNIO DE 2005

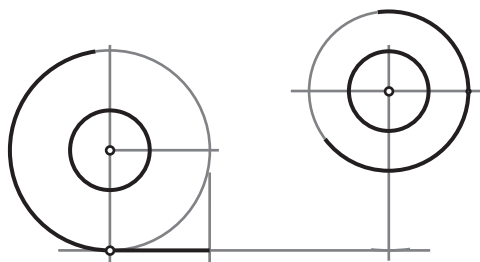
Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 5:8, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica. (2 PTOS)



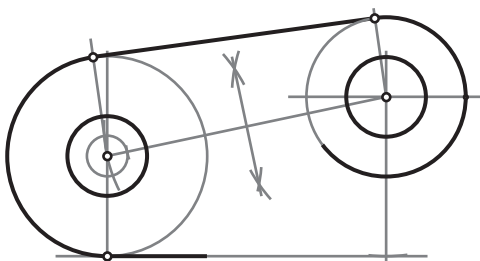
E=5/8



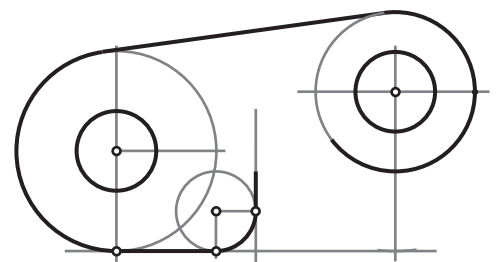
Abajo vemos los elementos situados a partir de los datos dados en el enunciado.



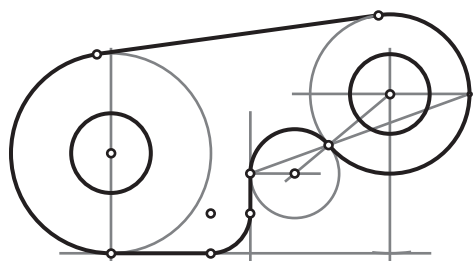
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias (solo una de ellas)



Circunferencia de radio dado tangente a una recta por un punto. Una vez resuelto debemos trazar una recta tangente por un punto dado a la circunferencia de la solución.



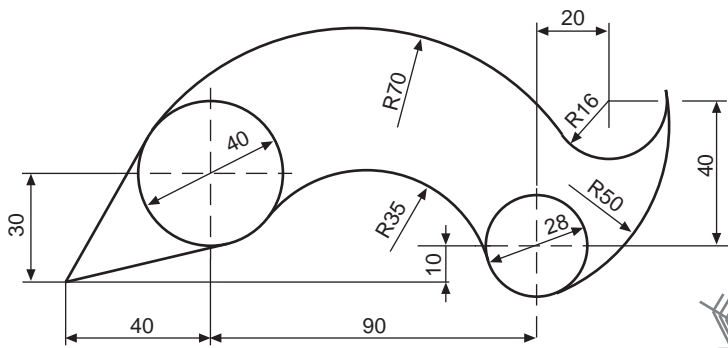
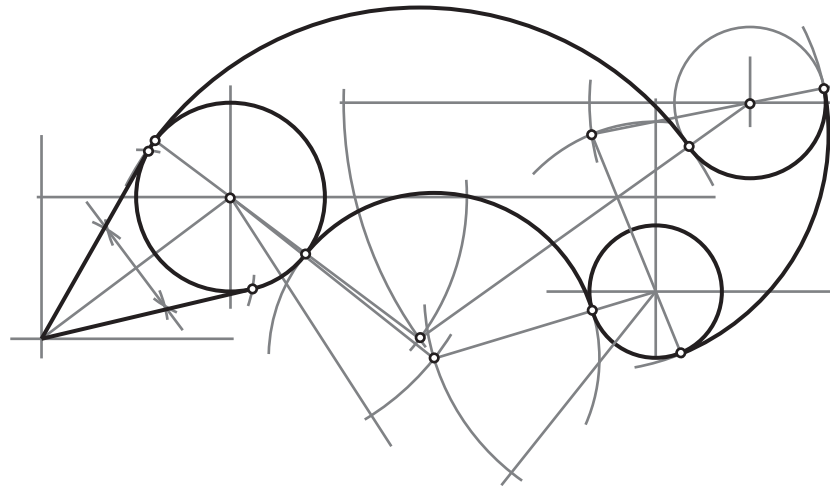
Sobre esa recta encontraremos un punto que será un dato para el siguiente problema CPR (abajo)



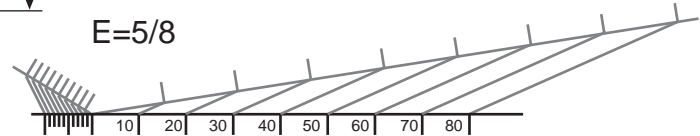
Resolvemos CPR muy fácilmente por inversión

SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2005

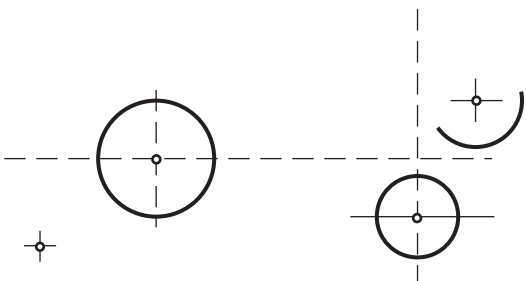
Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 5:8, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibujar la escala gráfica. (2 PTOS)



E=5/8

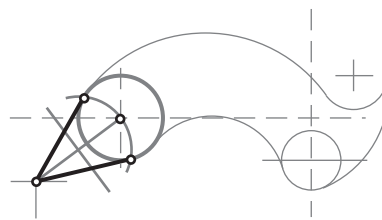


Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.

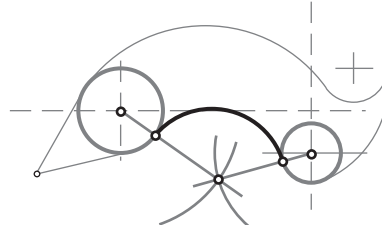


A partir de ahí tendremos que solucionar los problemas que a continuación nombramos.

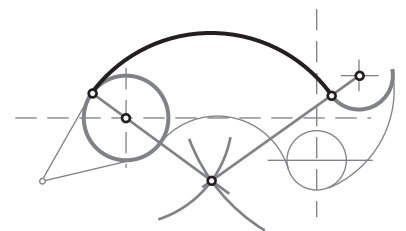
Rectas Tangentes a una cir. que pasan por un punto



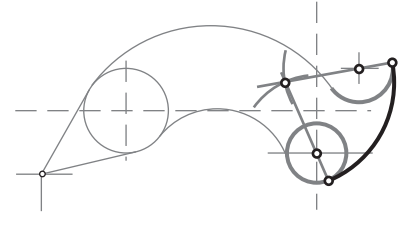
Circunferencia tangente a otras dos cir. conocido su radio



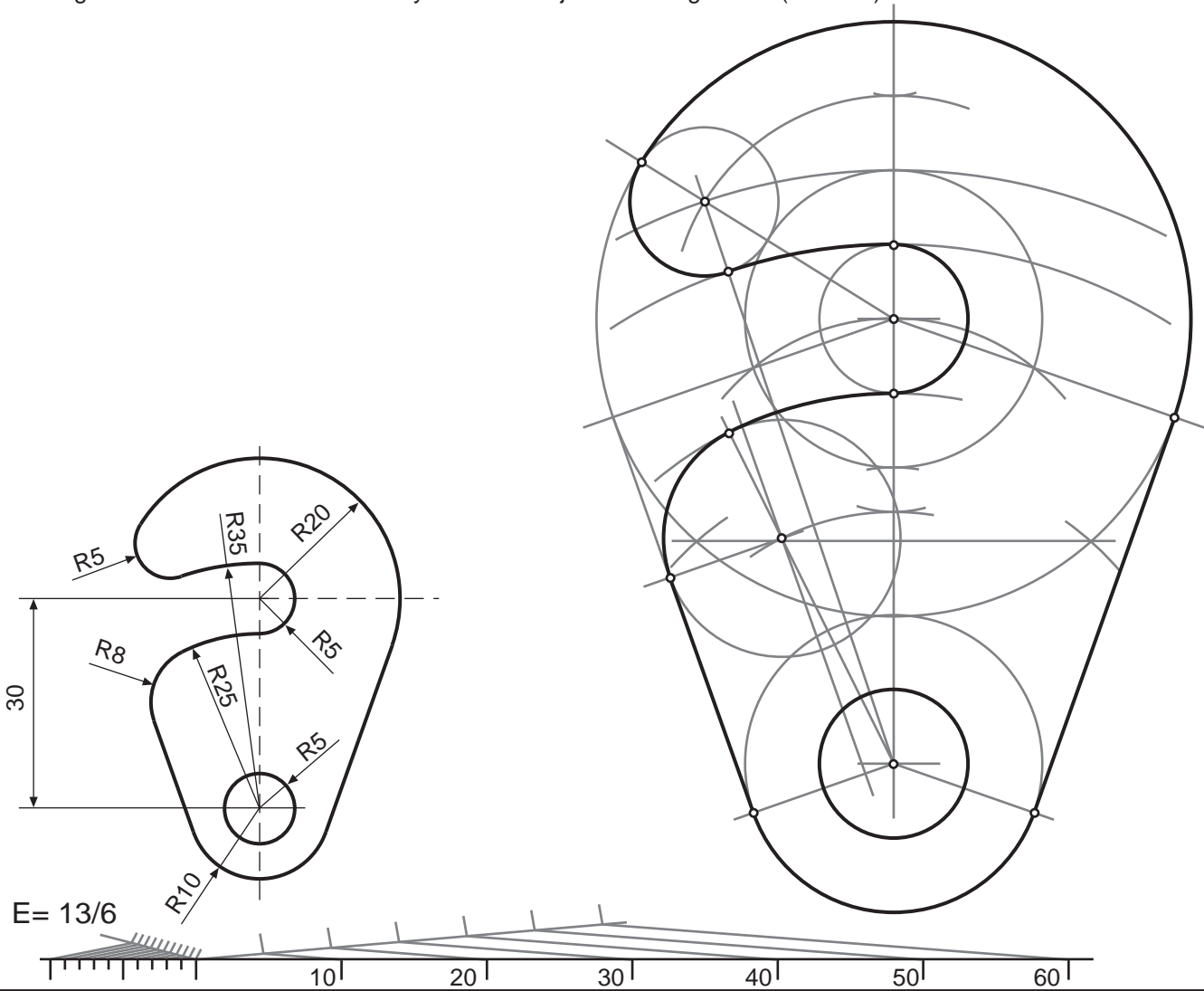
Circunferencia tangente a otras dos cir. conocido su radio



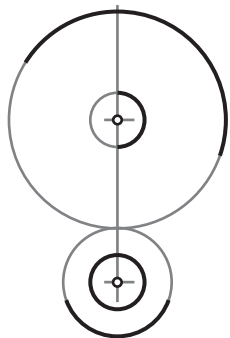
Circunferencia tangente a otras dos cir. conocido su radio



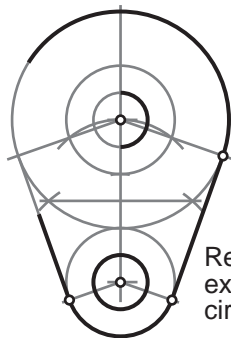
Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 13:6, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Dibuje la escala gráfica. (2 PTOS)



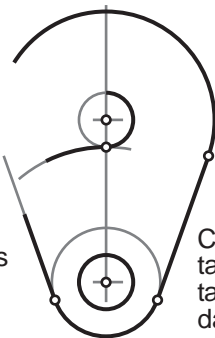
Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.



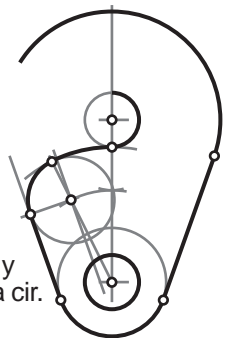
Cir. de radio dado tangente conteniendo a otra por un punto. (derecha).



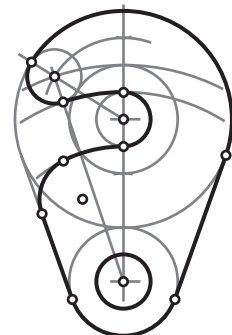
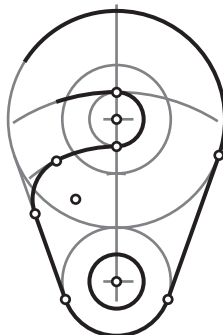
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias



Cir. de radio dado tangente a una recta y tangente interior a otra cir. dada. (derecha)



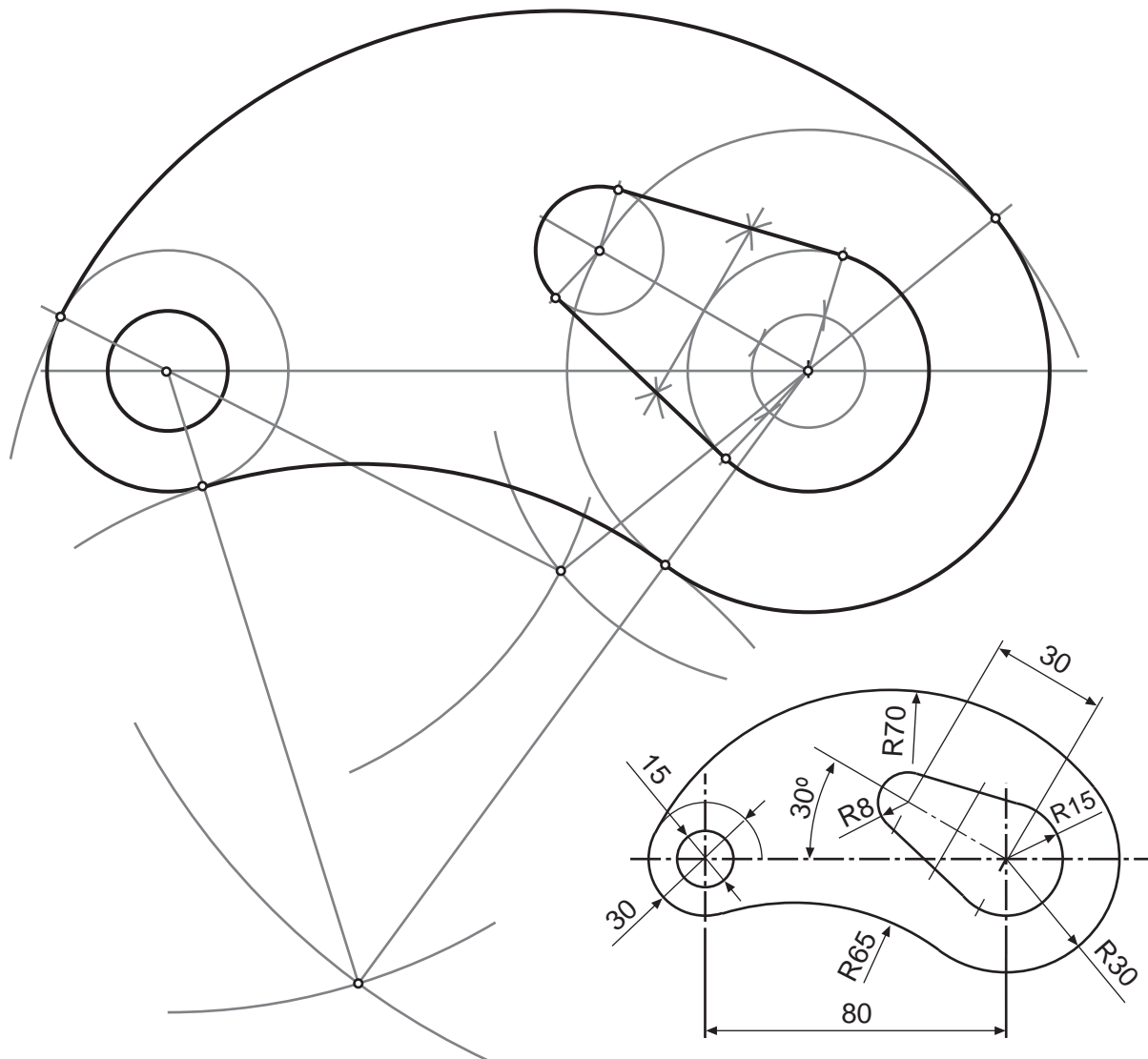
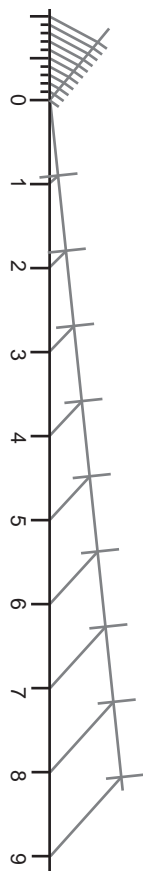
Cir. de radio dado tangente interior a una cir. dada. y tangente exterior a otra (derecha)



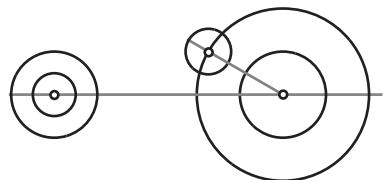
# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2006 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

Dado el croquis de la figura obtenga el dibujo a la escala 10/9, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Se valorará el uso de escalas gráficas para la representación. (2 puntos).

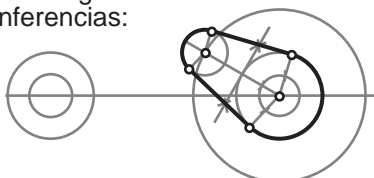
E= 10/9



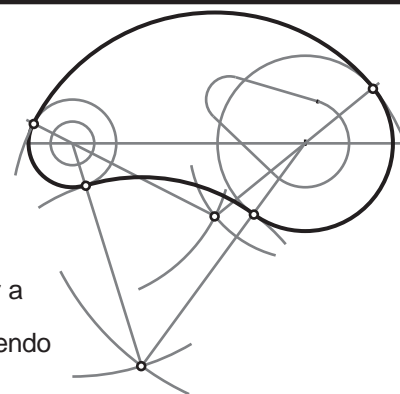
Situamos los datos dados por el enunciado si la circunferencia mayor de la derecha la trazamos completa nos servirá (junto con la recta a  $30^\circ$ ) para encontrar el centro de la circunferencia de menor radio :



En el interior de la figura encontramos "Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias:



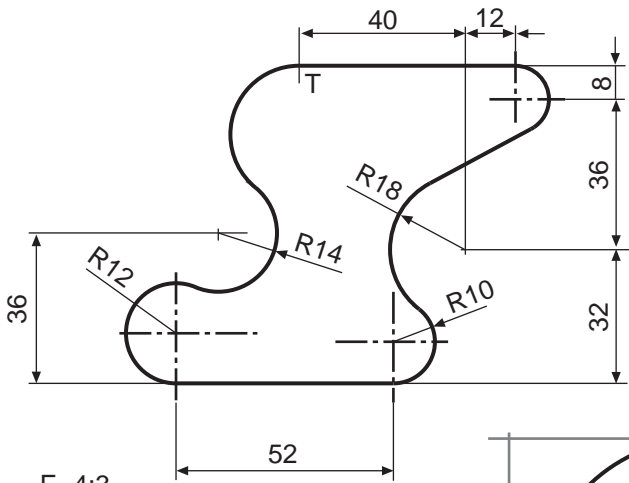
Nos quedaran dos arcos por resolver:  
 - Circunferencia de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.  
 - Circunferencia de radio dado tangente y conteniendo a otras dos dadas



Así pues los problemas de este ejercicio no tienen ninguna complicación fuera de los conceptos más básicos de las tangencias.

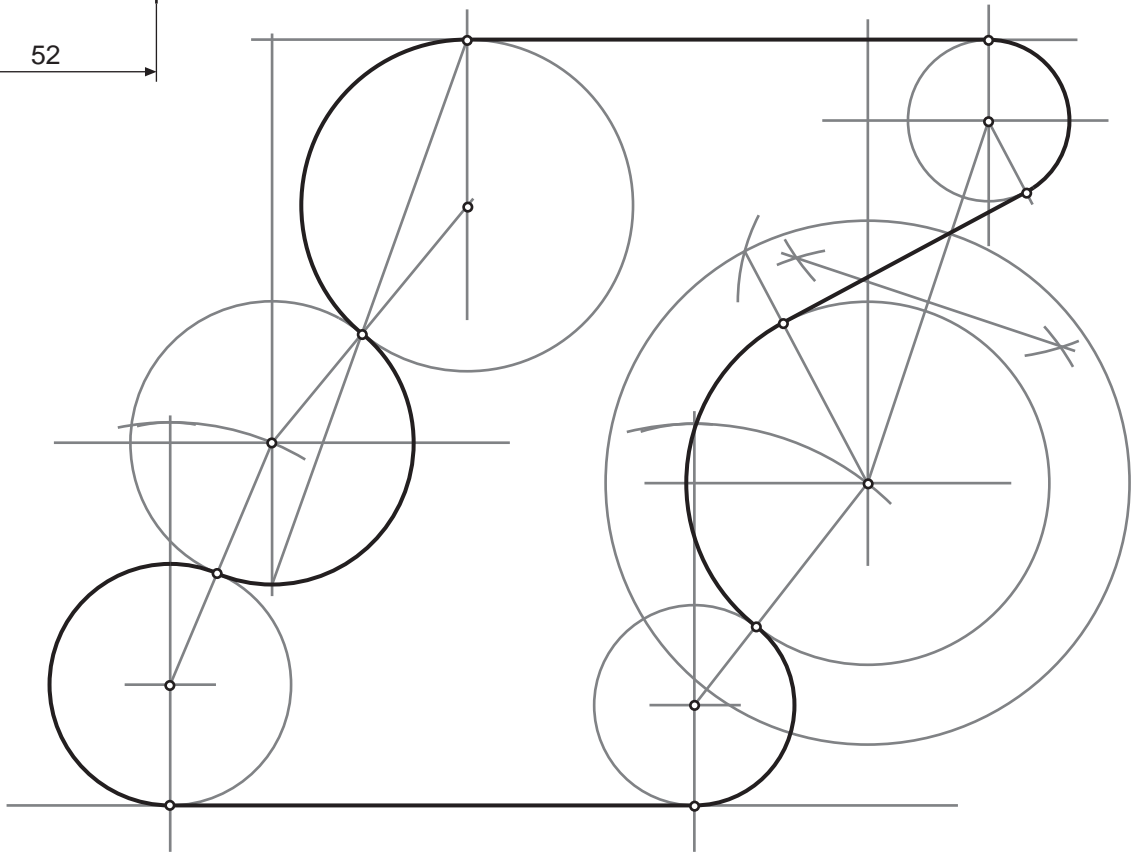
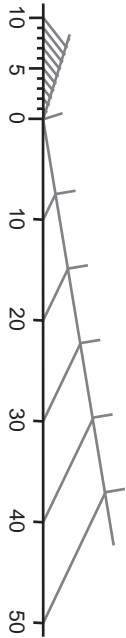
Si bien debemos considerar en que el espacio gráfico que no es suficientemente amplio como para resolver el problema cómodamente. En esta resolución se ha adaptado el trazado del teorema de tales y la escala gráfica al problema una vez resuelto. Por todo ello en este problema se debería de realizar este trazado (la escala gráfica) en la parte trasera u hoja aparte y copiar delante simplemente una recta con sus divisiones (copiando las medidas de detrás) e indicar por escrito que detrás se encuentra el procedimiento mediante el teorema de thales de mileto para conseguir la escala gráfica trazada.

# SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2006

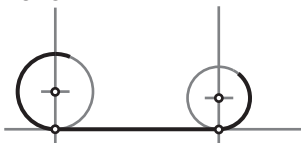


Dado el croquis de la figura obtenga el dibujo a la escala 4/3, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Se valorará el uso de escalas gráficas para la representación. (2 puntos).

E=4:3

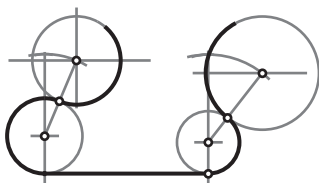


En principio solo podemos situar los elementos mostrados en la ilustración inferior



A continuación podremos resolver el siguiente problema con cualquiera de las dos circunferencias dadas:

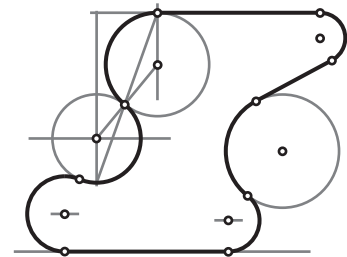
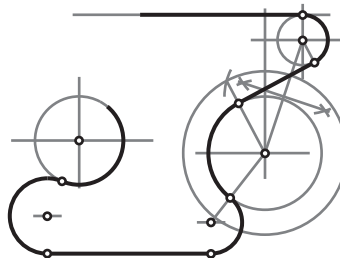
Cir. de radio dado tangente a otra con el centro sobre una recta dada.



A partir de ahí podremos, a partir de la cir. solución de la derecha situar el resto de elementos dados mediante dos problemas:

Rectas tg. interiores a dos circunferencias (solo una de ellas)

Recta tg. a una circunferencia por un punto perteneciente a ella.



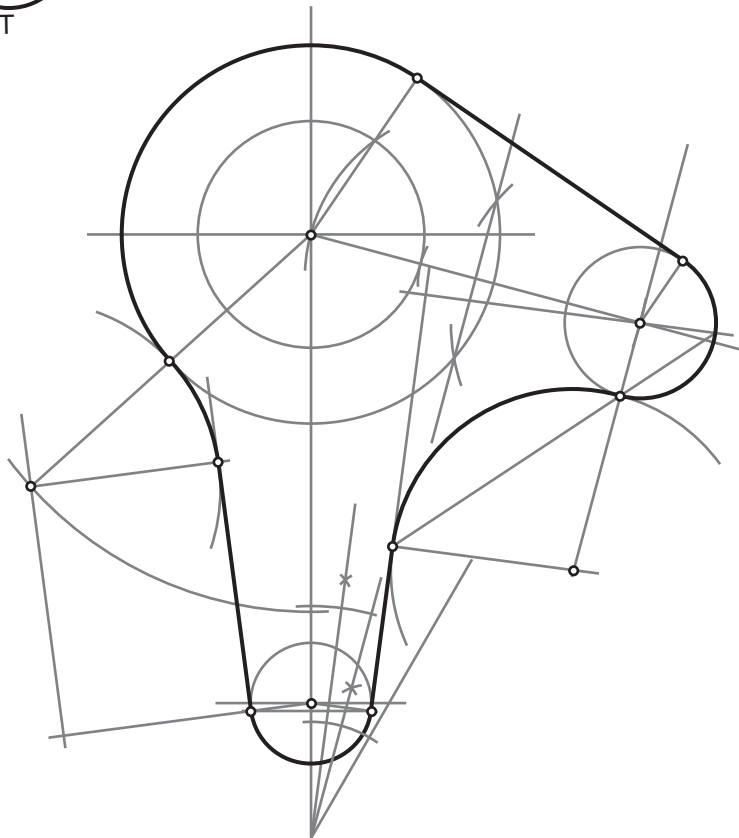
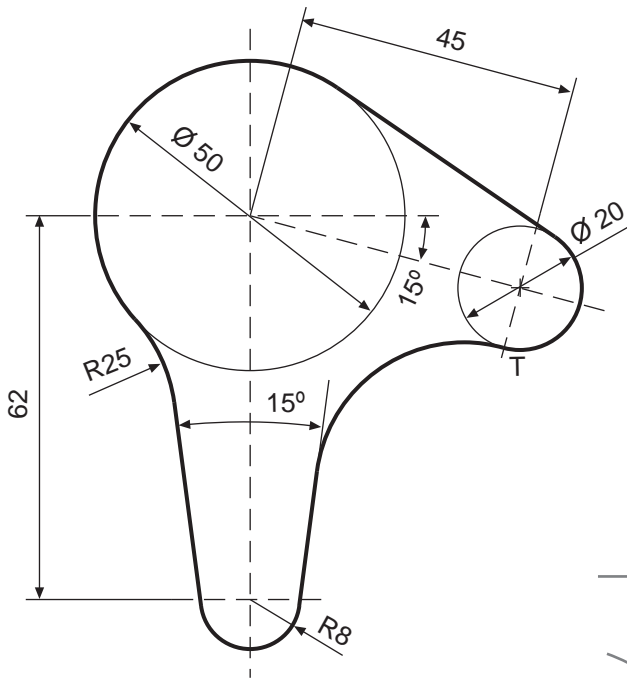
Finalmente resolvemos un caso particular de Apolonio: CPR.

En este caso el punto pertenece a la recta con lo que su resolución es muy sencilla mediante una inversión de la circunferencia, transformandola en la recta.

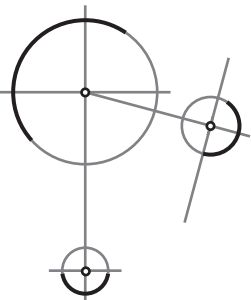


# SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2006

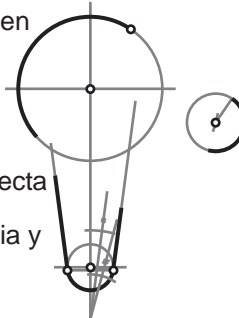
Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a la escala 1:1, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2 puntos).



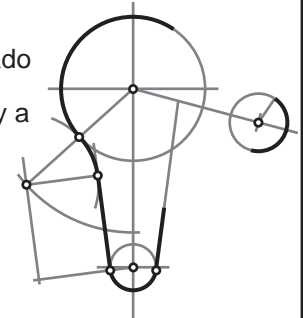
Ubicamos los elementos que cuyos datos nos ofrece el enunciado



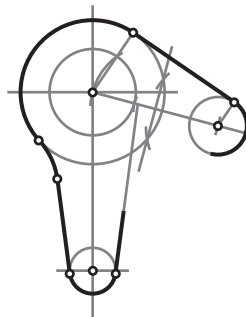
Rectas tg. a una cir. que cumplen una magnitud ángulo determinado con un diámetro de la cir. dada.



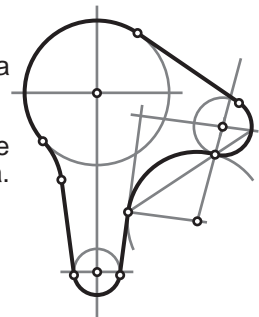
Cir. de radio dado tangente a otra circunferencia y a una recta.



Pasando por el centro de la cir. dada una perpendicular a una recta con dicha magnitud angular obtenemos el punto de tangencia y podemos trazar la recta.



Caso particular de Apolonio. CPR siendo el punto un punto de tangencia sobre la circunferencia.



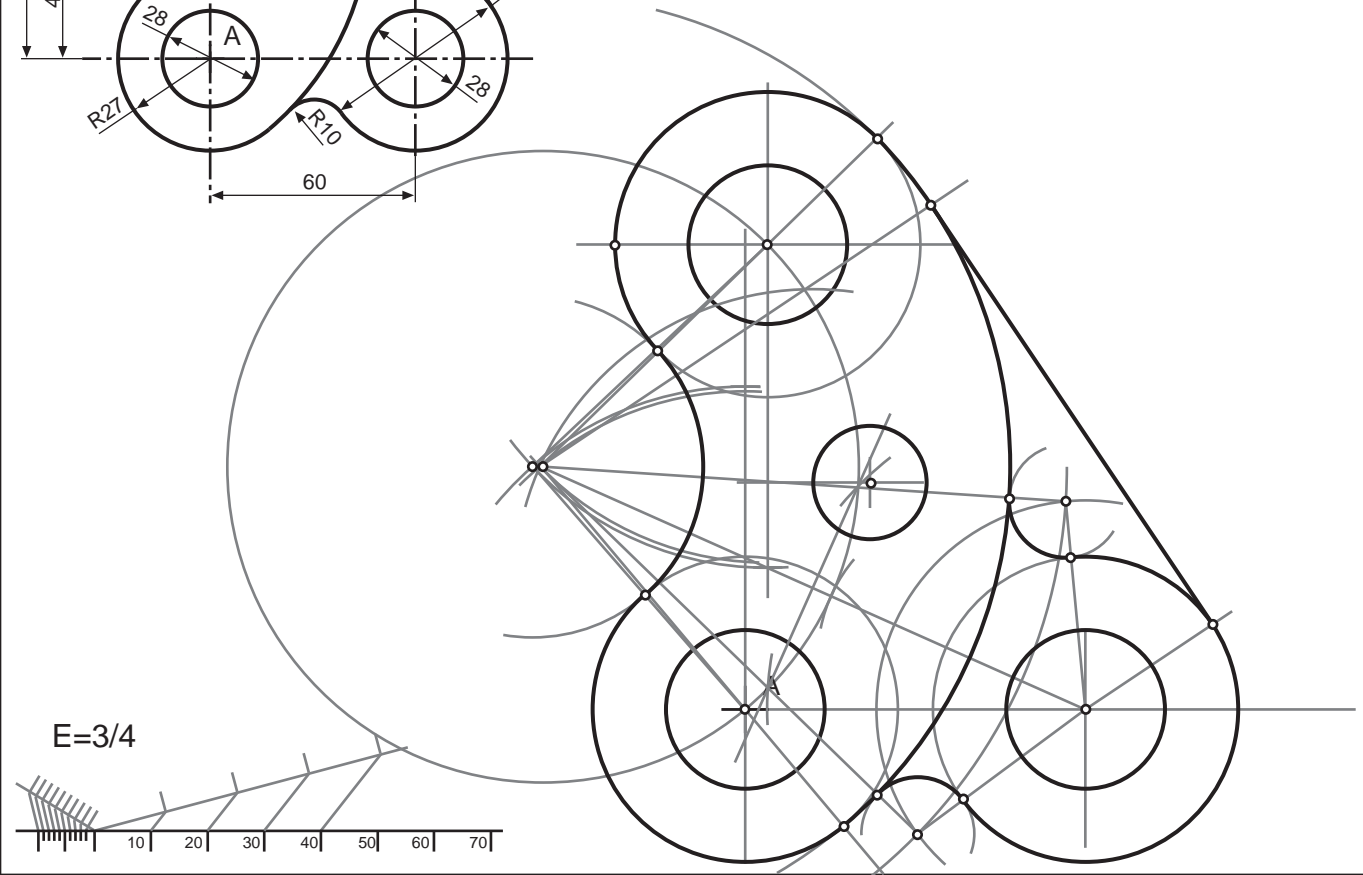
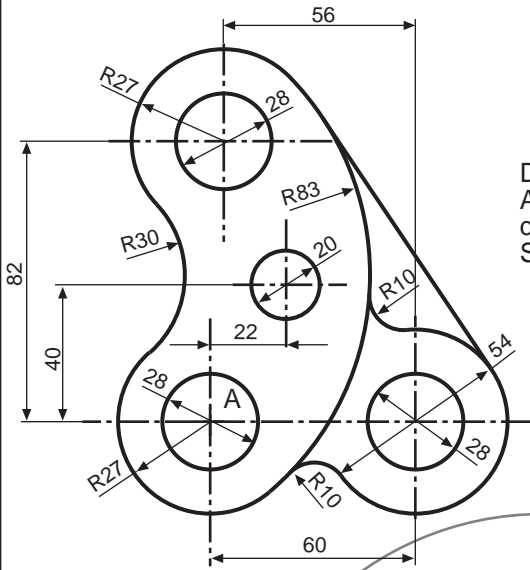
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias (solo una de ellas).

Resolvemos el problema fácilmente por medio de una inversión cir-recta. De este modo el punto inverso del punto de tangencia sobre la circunferencia es el punto de tangencia sobre la recta.

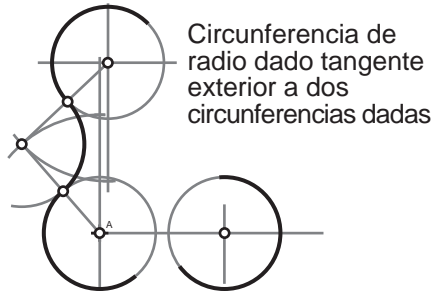


# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2007 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 3:4, situando el punto A en el lugar indicado. Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas.  
Se valorará el uso de escalas gráficas para la representación.  
(2 puntos).

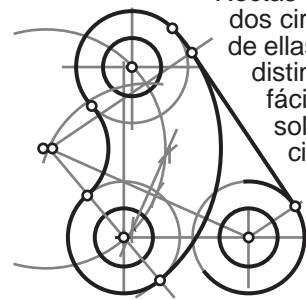


Con los datos del enunciado podemos ubicar los siguientes elementos del ejercicio. Sin embargo en los siguientes pasos vamos a eliminar las tres circunferencias concéntricas y la circunferencia que esta sola en pro de mostrar mejor los distintos problemas contenidos en el ejercicio

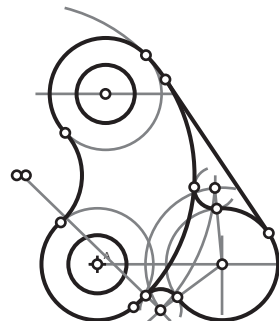
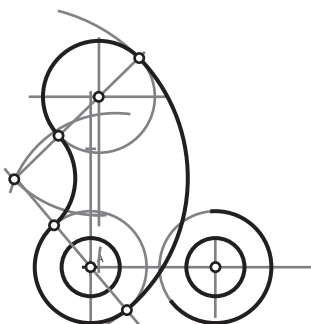
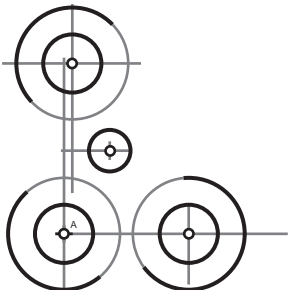


Circunferencia de radio dado tangente exterior a dos circunferencias dadas

Mismo problema que arriba pero la cir. solución contiene a las dadas

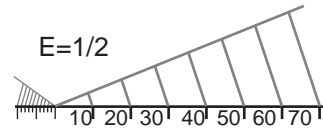
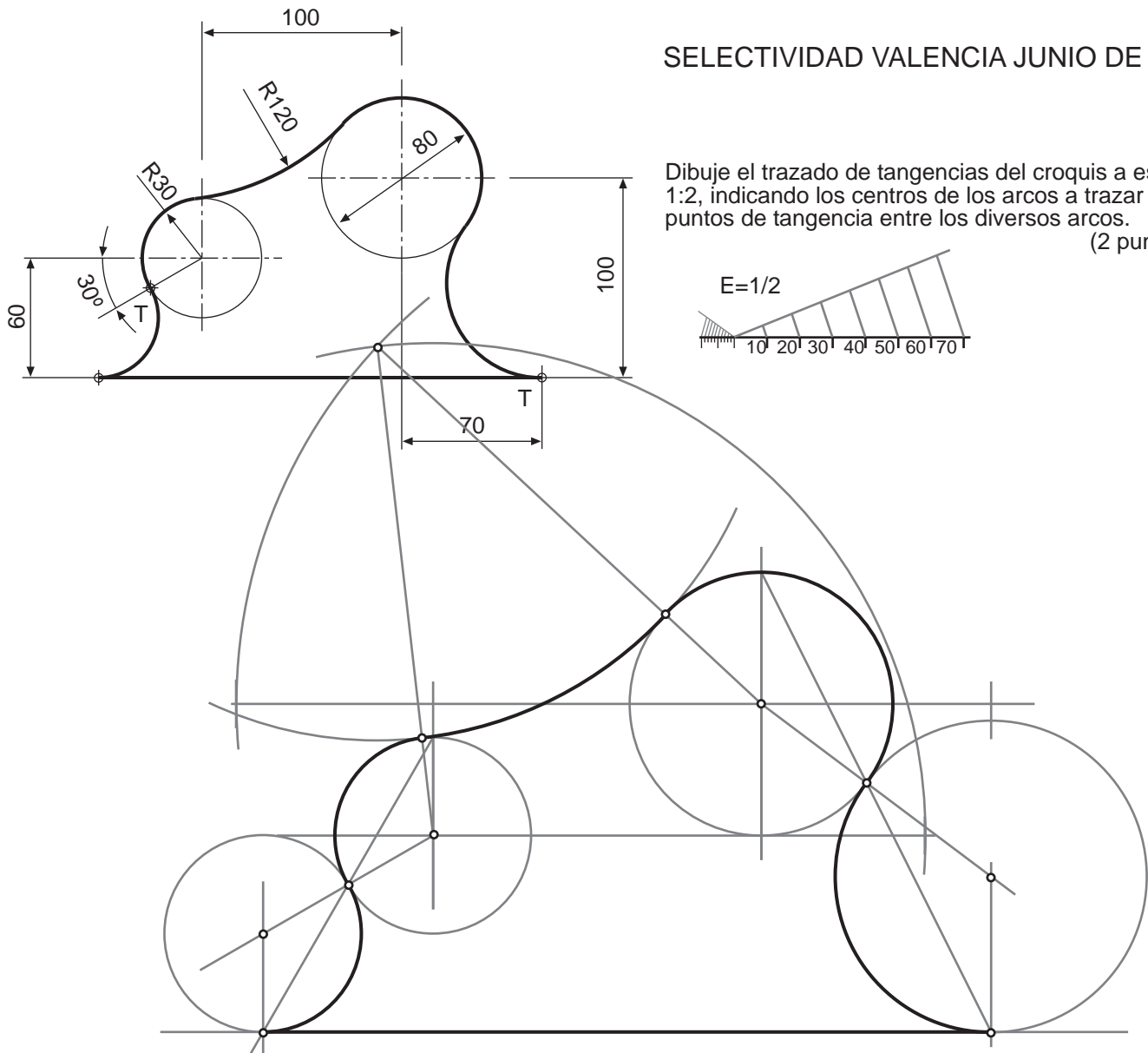


Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias. SOLO una de ellas. En el enunciado no se distingue con claridad y es fácil pensar que la recta solución es tangente a la cir. pequeña. No hay duda respecto a la cir. inferior, pero por la parte superior la recta es tangente a la cir. solución del anterior problema.



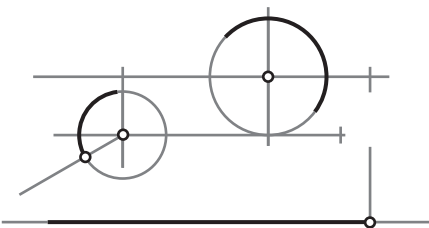
Cir. de radio dado tangentes exteriores a otras dadas. (dos veces)

Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 1:2, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos. (2 puntos).

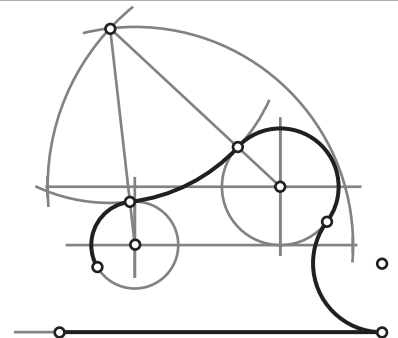
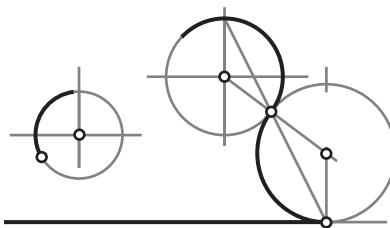


Esta línea representa el límite del espacio gráfico destinado a este ejercicio en el original de las selectividad.

Con los datos del enunciado podemos situar los siguientes elementos

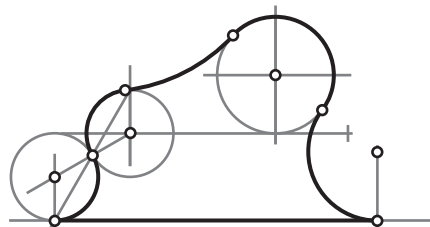


Caso particular de Apolonio CPR, siendo el punto un punto de tangencia de la solución sobre la recta. Resolvemos por inversión.

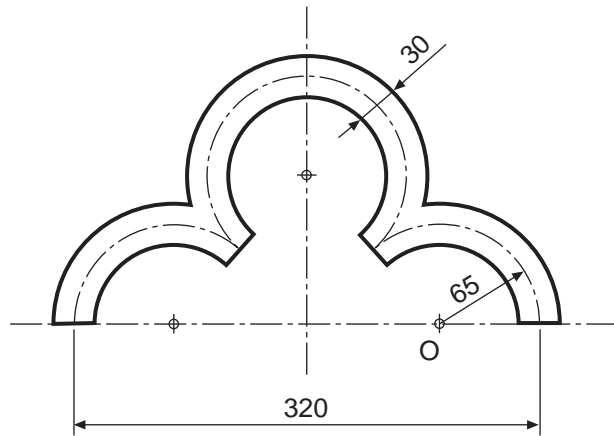


Circunferencia de radio dado tangente exterior a otras dos circunferencias.

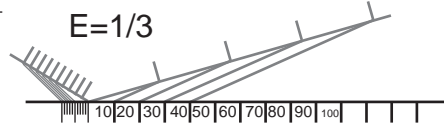
Caso particular de Apolonio CPR, es el mismo que el de arriba, pero en este caso el punto es un punto de tangencia de la solución sobre la circunferencia. Resolvemos exactamente del mismo modo, por inversión.



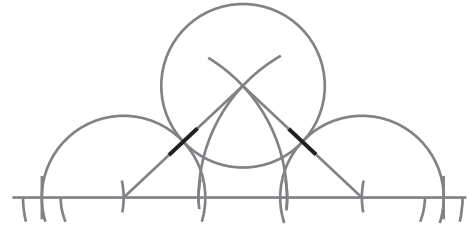
SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2007



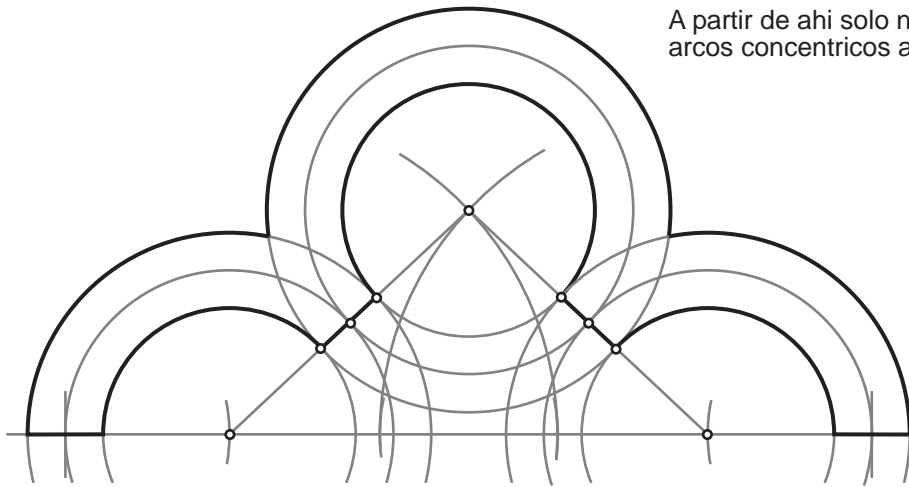
Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 1:3 sabiendo que los tres arcos con iguales. Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. Se valorará el uso de escalas gráficas para la representación. (2 puntos).



- 1º- Trazamos un segmento de  $320/3$ .
- 2º- Situamos los centros de las circunferencias exteriores a  $65/3$  de los extremos hacia el interior del segmento.
- 3º- Trazamos dos semicircunferencias. y a estas les sumamos  $65/3$  trazando arcos concéntricos que en su intersección nos ofrecen el centro de la tercera circunferencia.
- 4º Uniendo ese centro con los otros dos obtenemos los puntos de tangencia y podemos trazar la tercera circunferencia.

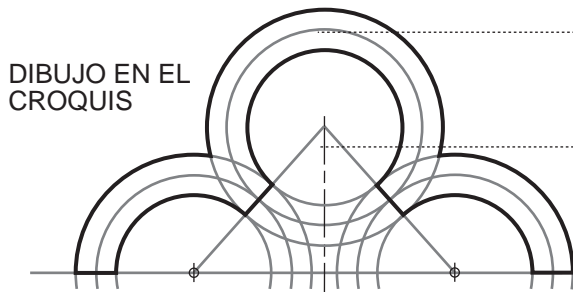


A partir de ahí solo nos queda trazar arcos concéntricos a  $+15/3$  y  $-15/3$ .

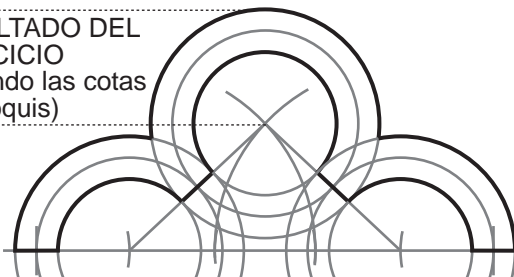


Este problema no conlleva ninguna dificultad. Aunque, una vez más, las proporciones del croquis y las del resultado van a ser diferentes, lo cual puede hacernos perder el tiempo con comprobaciones.

En el croquis el radio de los arcos dentrales es algo mayor de  $65$  (tomando como cierta la cota de  $320$ ) lo cual hace que la separación entre los dos centros de la base sea menor y por lo tanto la circunferencia central quede ligeramente más elevada.



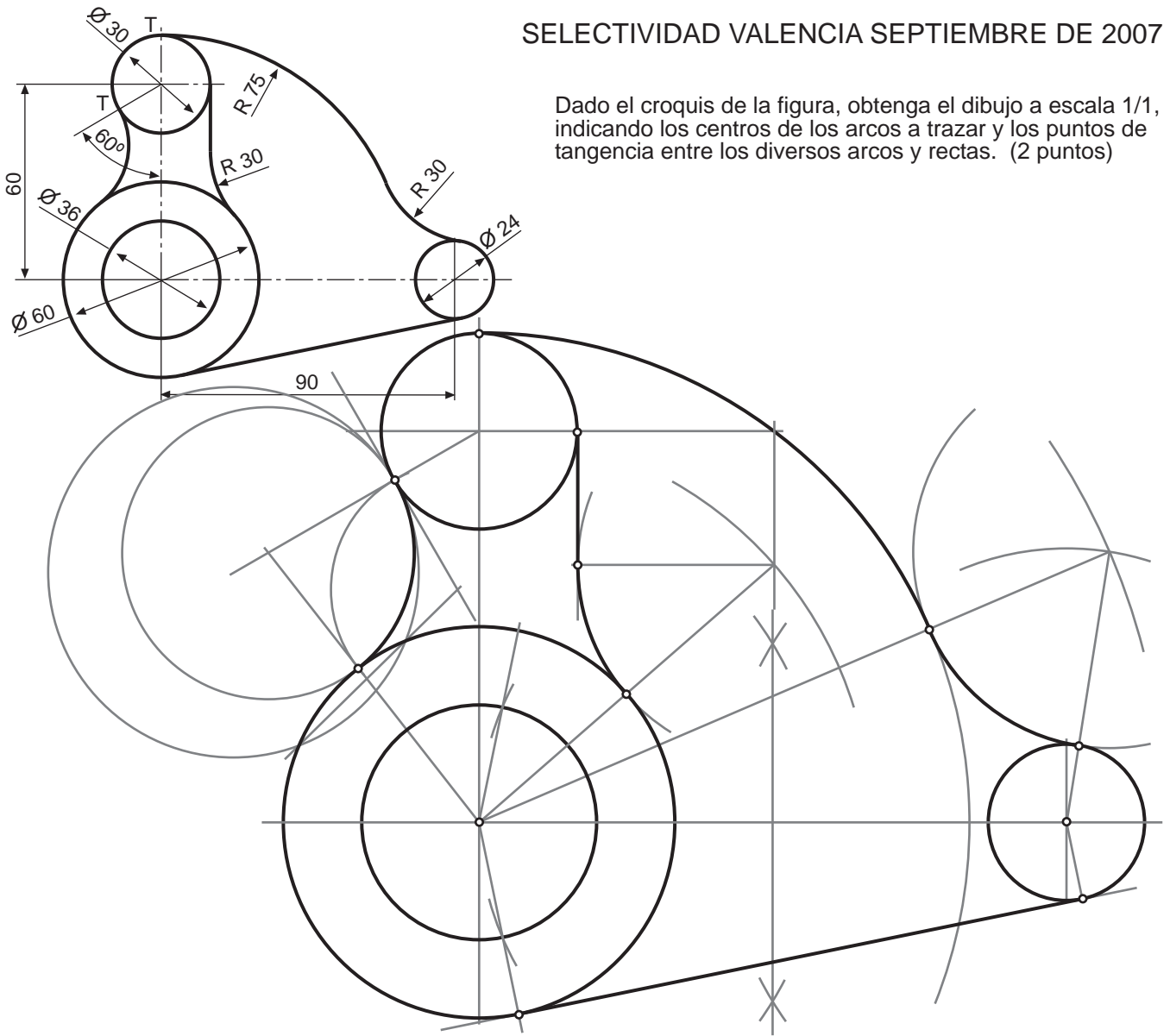
RESULTADO DEL EJERCICIO (tomando las cotas del croquis)



La diferencia no es mucha, si no nos fijamos es posible que lo pasemos por alto. Pero si nos damos cuenta no debemos perder demasiado tiempo, bastaría comprobar con la ayuda de la escala gráfica los radios de nuestra circunferencia y la distancia del segmento de  $320$  y no darle más vueltas.

Siendo estrictos y rigurosos podríamos hacer una nota en un hueco diciendo: "el resultado se basa en las cotas y no en el dibujo del croquis no correspondiéndose ambas".

Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 1/1, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2 puntos)



Como se puede observar en el original de la PAU no se dejó espacio gráfico suficiente para completar el dibujo sin que se superponga con el croquis o con los márgenes. Este mismo ejercicio se repite en septiembre de 2009, dando el espacio gráfico necesario, con un planteamiento idéntico en cuanto a escala, acotaciones del croquis y escala de la solución.

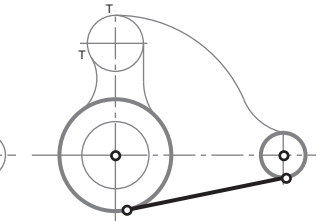
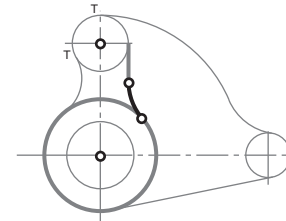
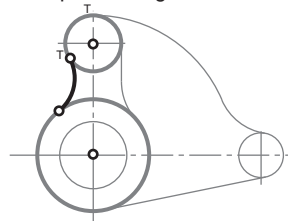
Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.

CCP siendo P un pto de tangencia

Cir. tangente a una recta y a una cir. conocido su radio

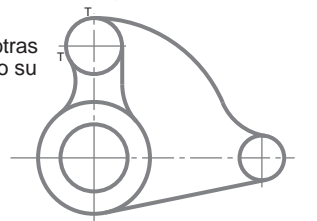
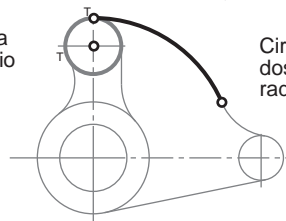
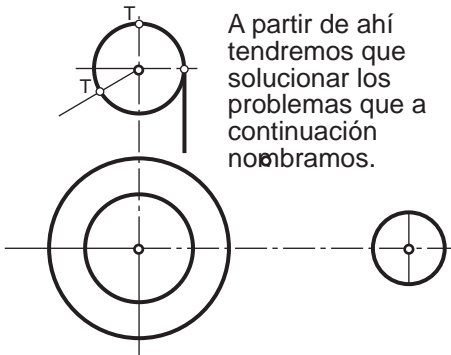
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias

A partir de ahí tendremos que solucionar los problemas que a continuación nombramos.



Cir. tangente a otra cir. conocido su radio y el punto de tangencia con una de las dos dadas

Cir. tangente a otras dos cir. conocido su radio



# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2008.

Dado el croquis de la figura, represente el dibujo a escala 1:1, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2 puntos).

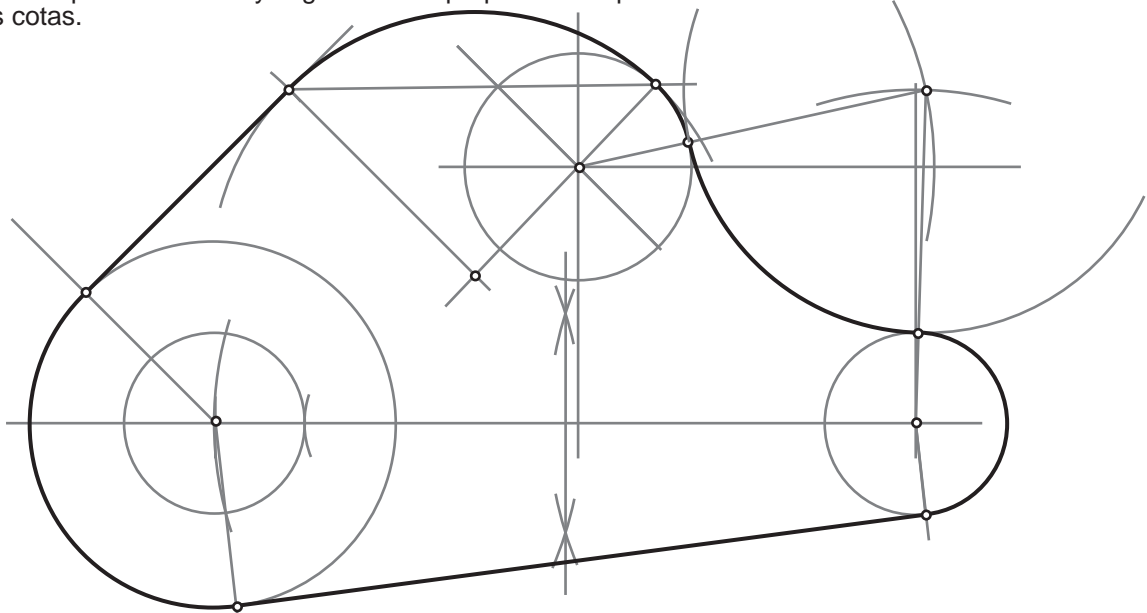
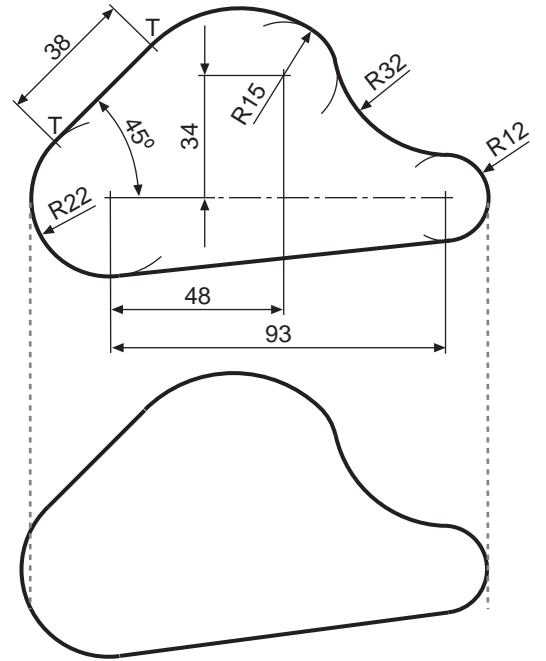
Acerca del CROQUIS:

La acotación que muestra el croquis en el original de las PAU no se corresponde con las proporciones del dibujo de la solución.

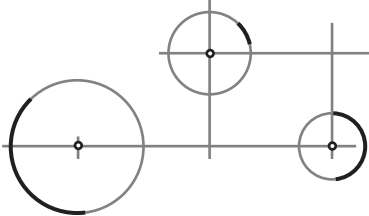
- La circunferencia marcada con radio 22 es en realidad algo mayor, es decir el radio 22, para ajustarse a las proporciones del croquis debería de ser menor.

-Estas cotas condicionan los centros, las posiciones de ambas rectas tangentes a ella y por lo tanto también el radio y el centro de la circunferencia de la cual no tenemos ningún dato.

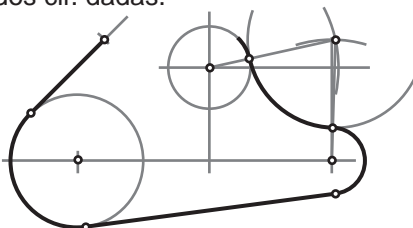
Abajo a escala 1:1, hemos resuelto el problema siguiendo estrictamente las cifras de cota indicadas en el croquis y de este modo la pieza muestra otras proporciones. En esta solución se muestra bajo el croquis la pieza, a la misma escala pero sin acotar y siguiendo las proporciones que conllevan las cotas.



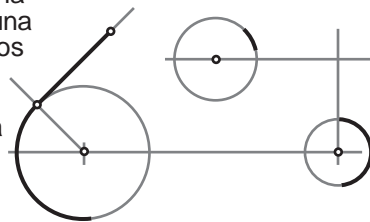
Abajo podemos ver todos los elementos que podemos situar gracias a los datos del enunciado.



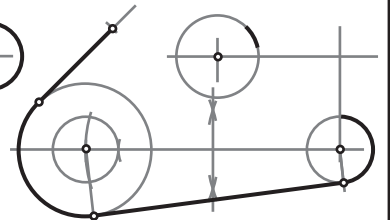
Abajo: Cir. tangente exterior a otras dos cir. dadas.



Dcha. : Recta con una dirección dada tg. a una cir. dada. Resolvemos trazando una perpendicular por el centro de la cir. para hallar el pto. de tg.



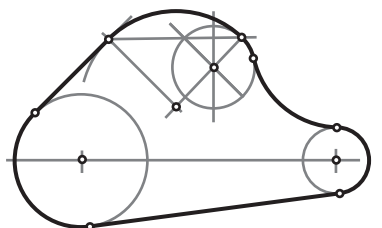
Abajo: Rectas tg. exteriores a dos circunferencias. Solo una de ellas.



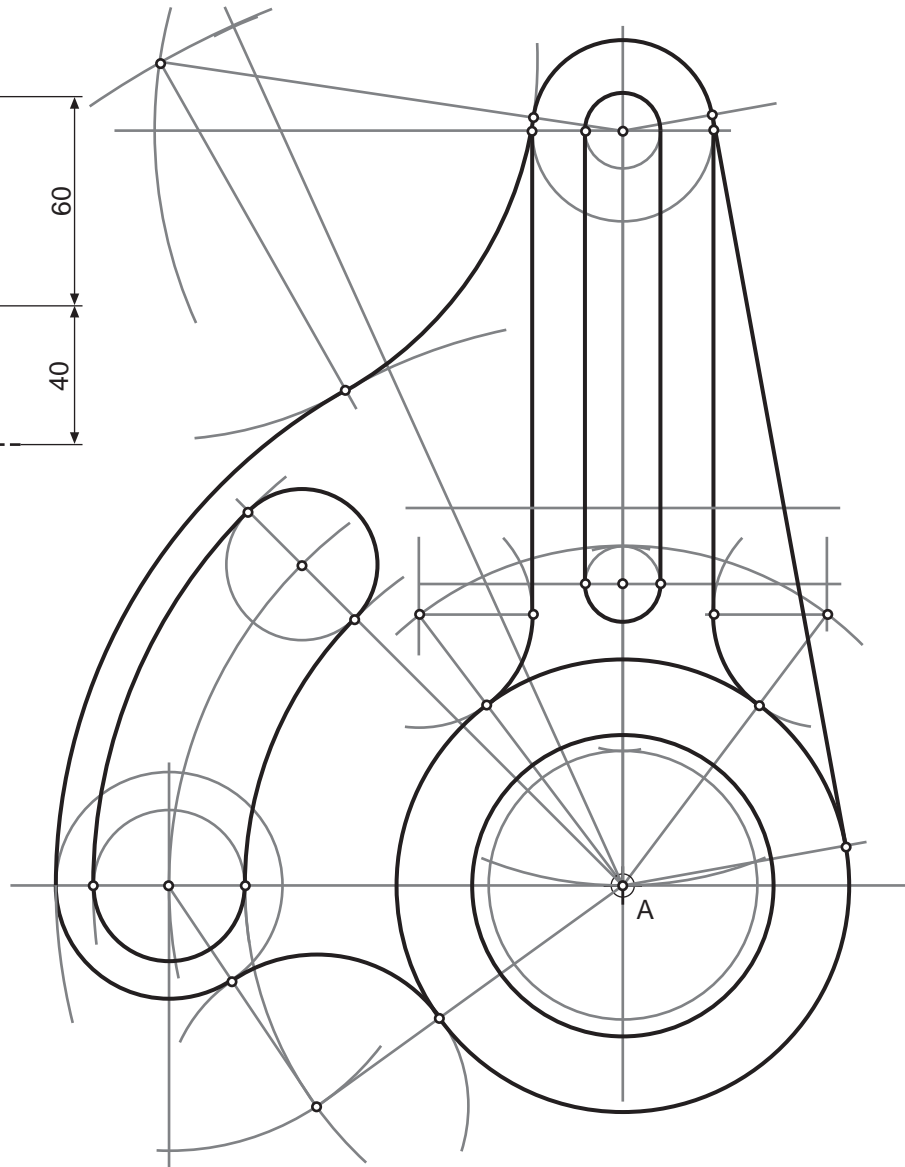
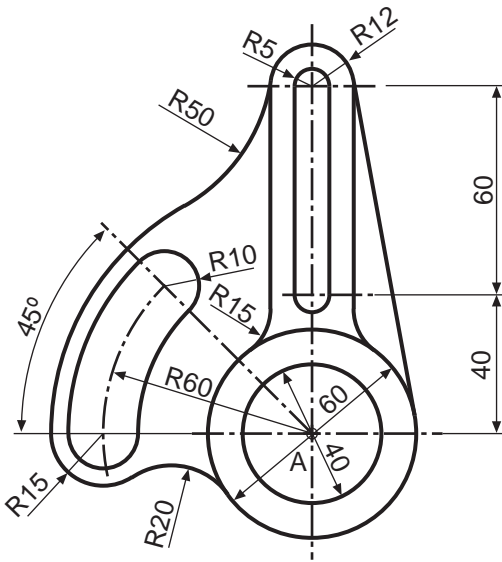
Abajo Derecha:

Cir. tangente interior a una cir. dada y a una recta por un punto: Caso particular de Apolonio PRC, siendo el punto un punto de tangencia sobre la cir.

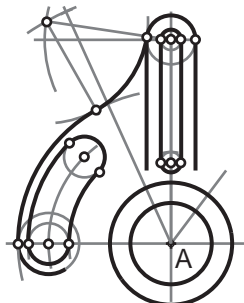
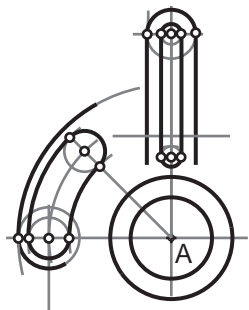
Resolvemos por inversión negativa ya que la cir. solución contiene a la dada.



Dado el croquis de la figura, represente el dibujo a escala 1:1, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas (2 puntos).

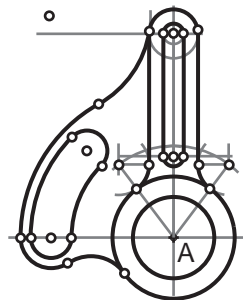
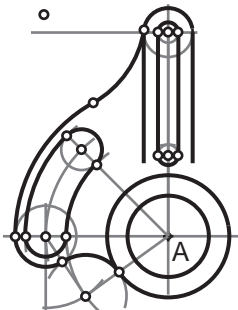


Abajo podemos ver todos los elementos que podemos situar gracias a los datos del enunciado. Con ellos ya trazamos ciertas tangencias que vienen dadas con los datos.



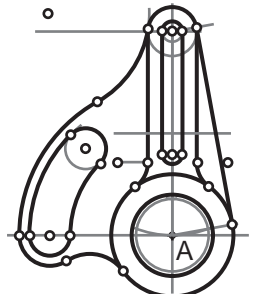
Circunferencia de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.

Circunferencia de radio dado tangente exterior a otras dos dadas.



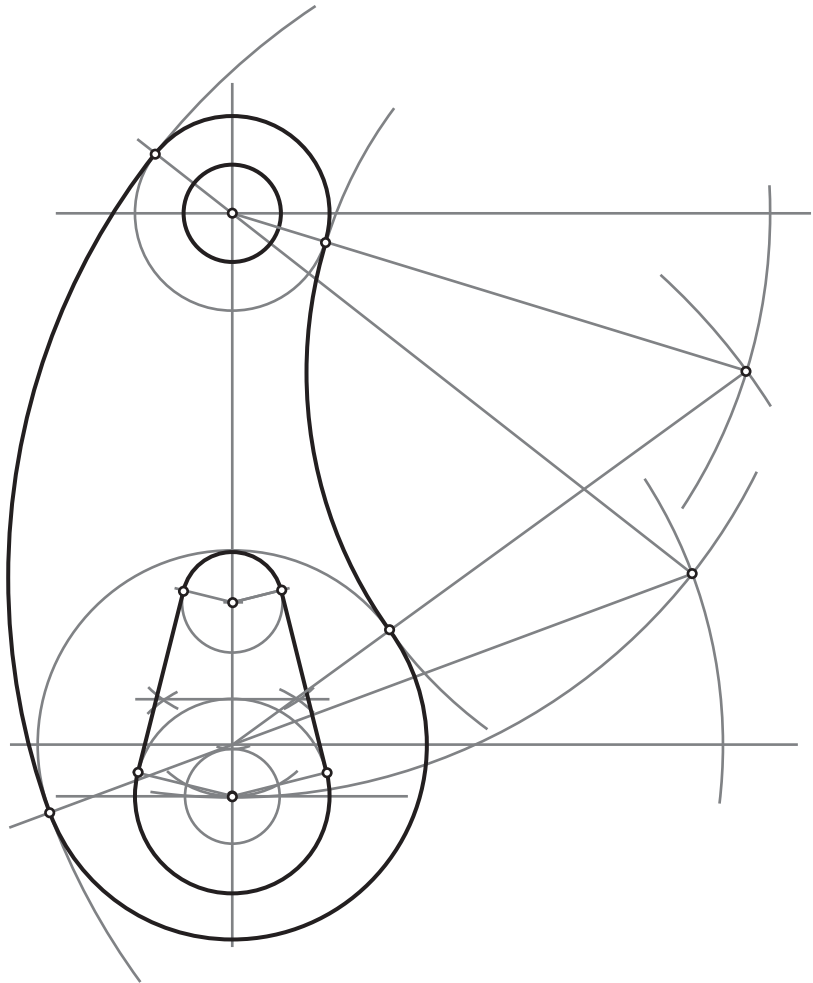
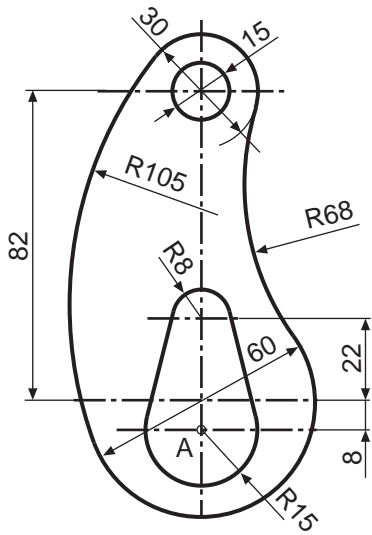
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias dadas. Solo una de las dos rectas solución.

Circunferencia de radio dado tangente a una recta y una circunferencia dada. DOS VECES. Podemos valernos de las propiedades de la simetría para resolver el segundo de ellos.

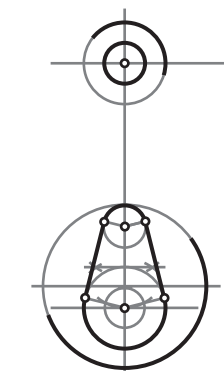
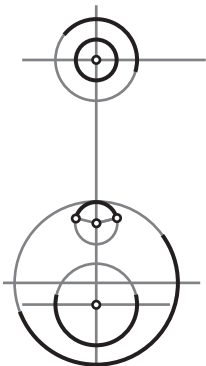


SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2008

Dado el croquis de la pieza de la figura, obtenga el dibujo a escala 6:7, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. Se valorará el uso de escalas gráficas para la representación. (2 puntos).

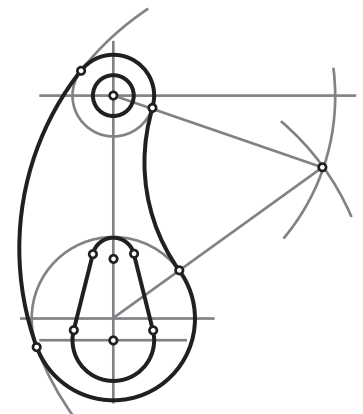
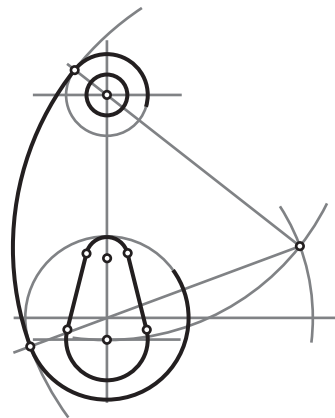


Abajo podemos ver todos los elementos que podemos situar gracias a los datos del enunciado.



Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias dadas.

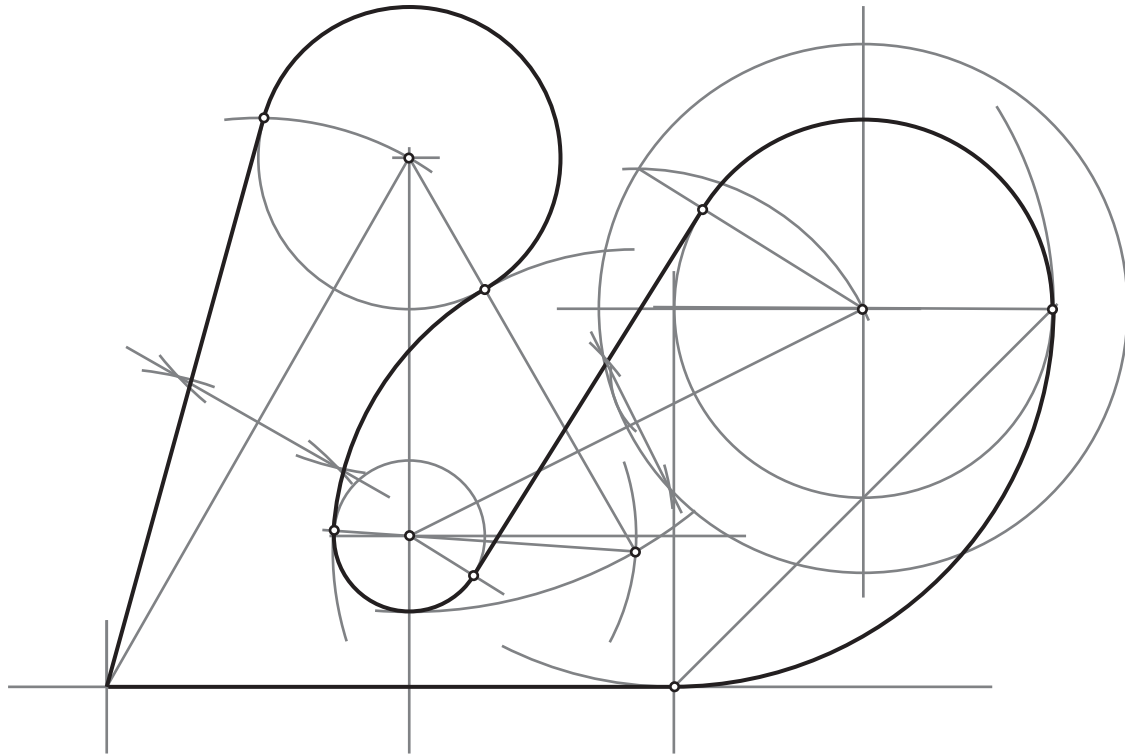
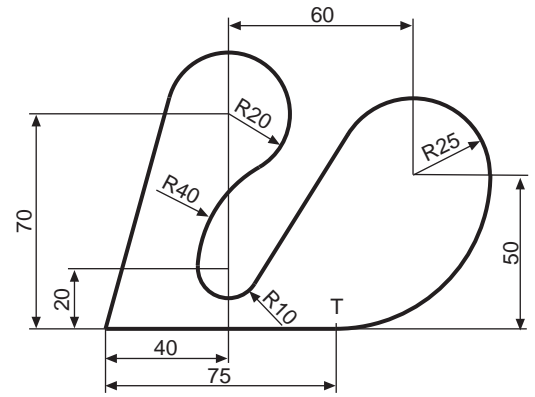
Circunferencia de radio dado tangente conteniendo a dos circunferencias dadas.



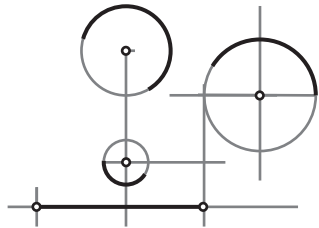
Circunferencia de radio dado tangente exterior a dos circunferencias dadas.

SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2008

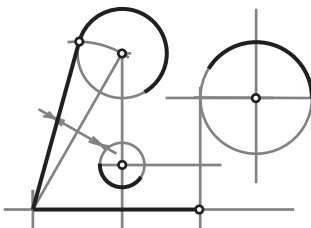
Dado el croquis de la figura, obtenga el dibujo a escala 1:1, indicando los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia entre los diversos arcos y rectas. (2 puntos).



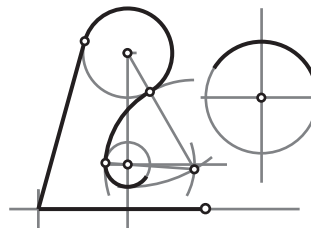
Ubicamos los elementos que cuyos datos nos ofrece el enunciado



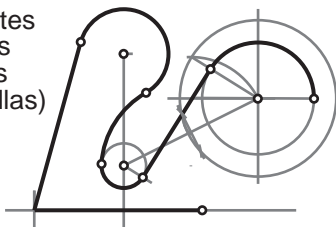
Rectas tangentes exteriores a una circunferencia por un punto exterior a ella. (solo una)



Cir. de radio dado tangente exterior a una cir. dada y tangente conteniendo a otra.

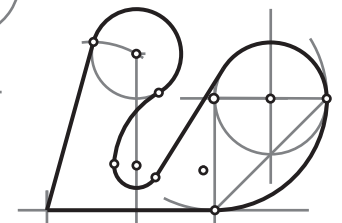


Rectas tangentes interiores a dos circunferencias (solo una de ellas)



Caso particular de Apolonio. CPR siendo el punto un punto de tangencia sobre la circunferencia.

Resolvemos el problema fácilmente por medio de una inversión cir-recta. De este modo el punto inverso del punto de tangencia sobre la circunferencia es el punto de tangencia sobre la recta.



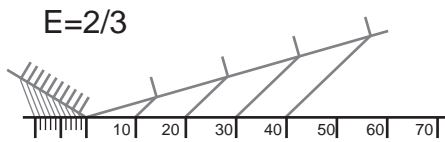
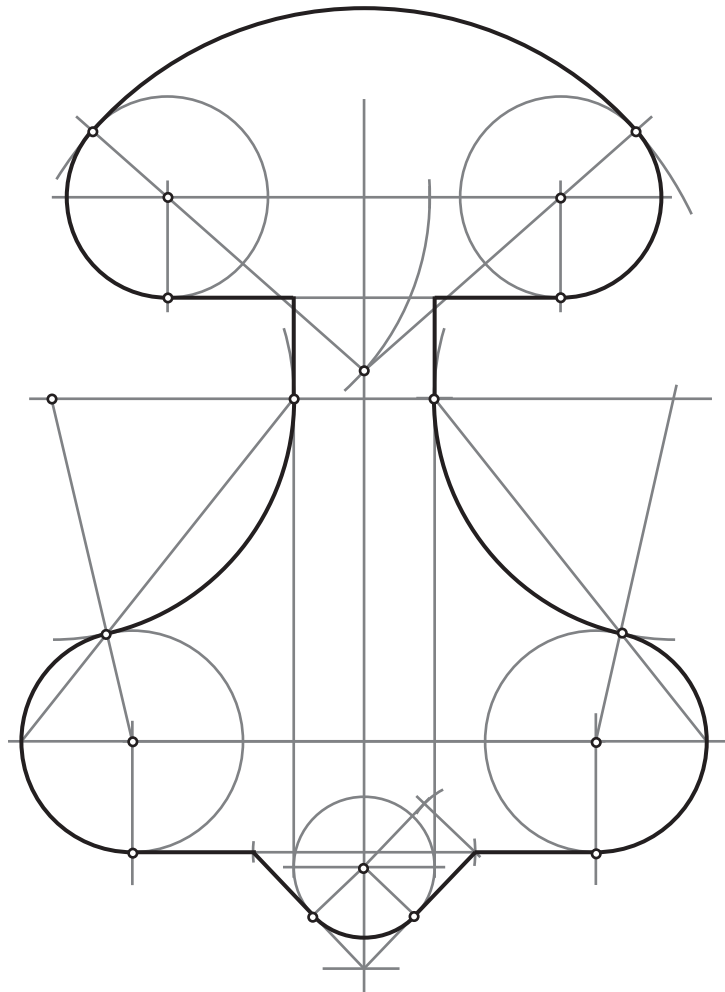
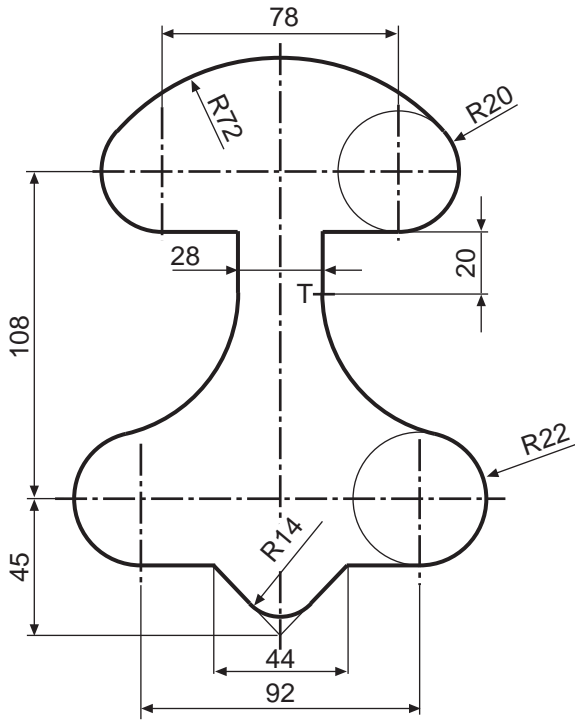
En este caso la cir. buscada contiene a la dada, por lo que la inversión que realizaremos será negativa (puntos inversos a distinto lado del centro de inversión)



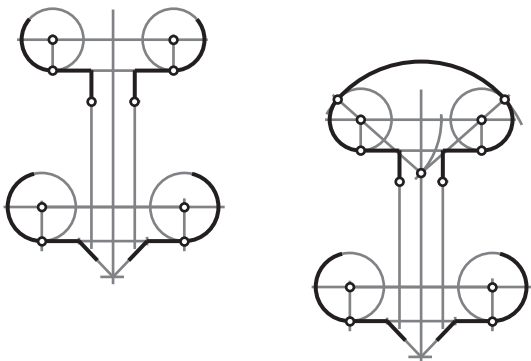


# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2009

Dibuje el trazado de tangencias del croquis de la figura a escala 2:3. Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. Se valorará el uso de escalas gráficas. (2 puntos).

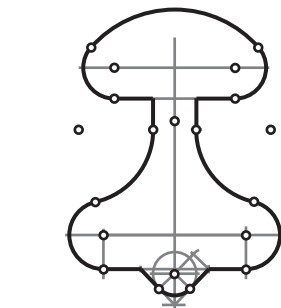
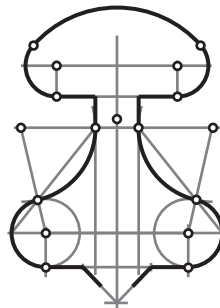


Con los datos del enunciado podemos situar los siguientes elementos.



Circunferencia de radio dado tangente a otras dos dadas y que las contiene.

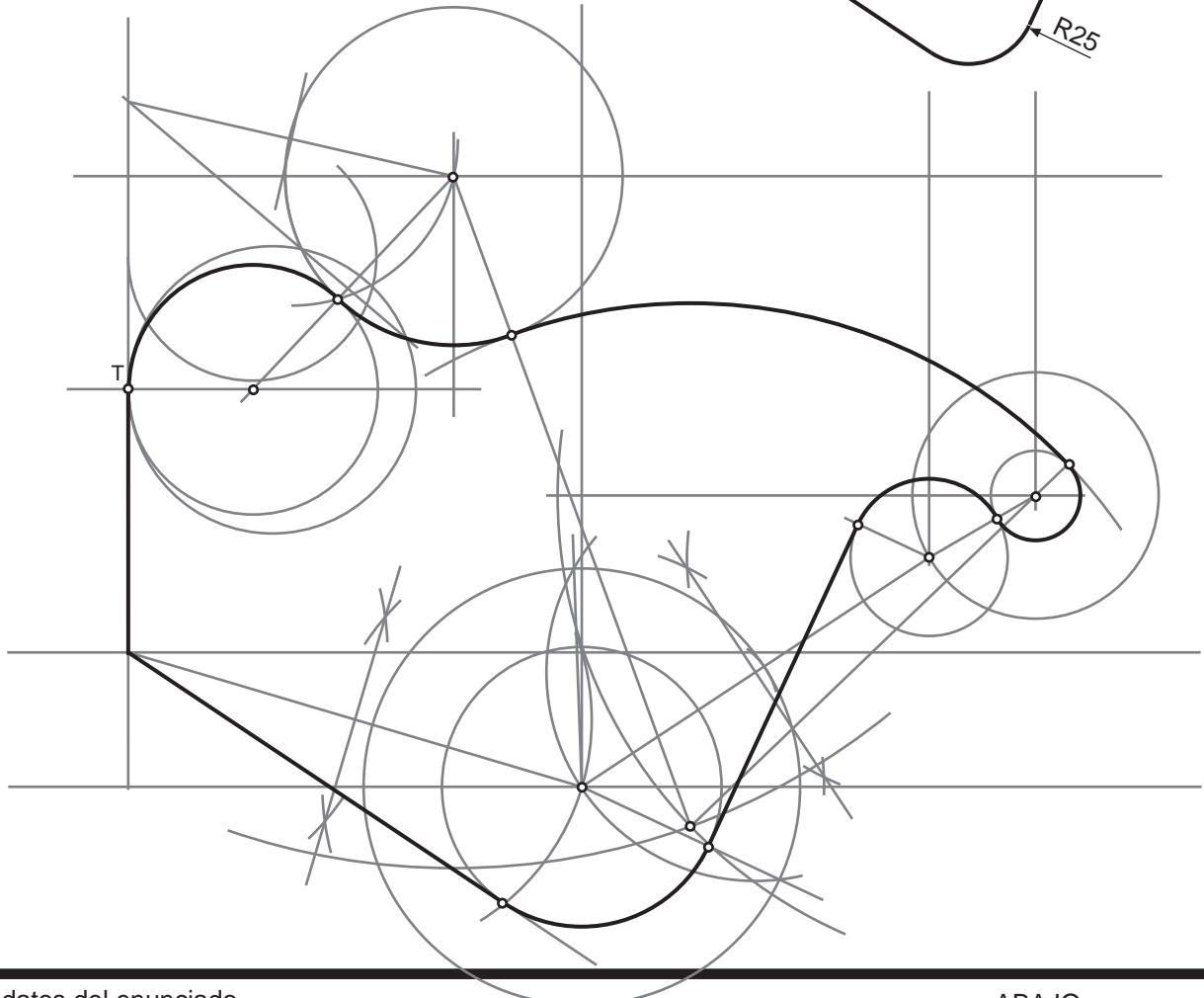
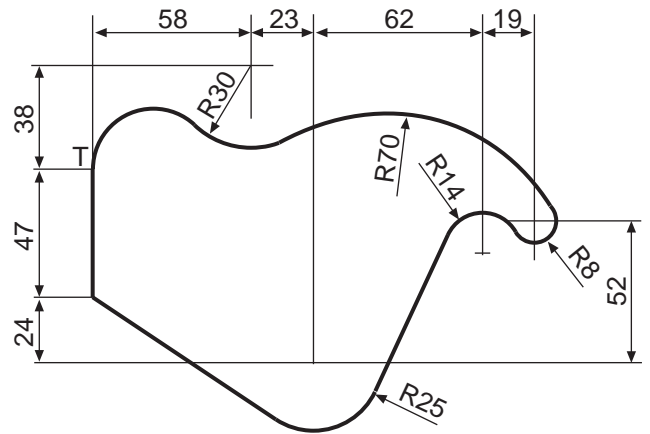
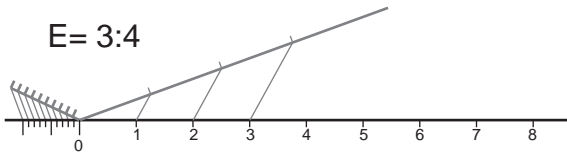
Caso Particular de Apolonio: CPR, siendo el punto dado el punto de tangencia de la cir. solución con la recta. Resolvemos por inversión positiva, ya que la cir es tangente exterior a la dada.



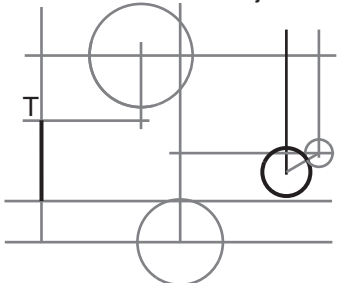
Circunferencia de radio dado tangente a dos rectas.

# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2009 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 3:4.  
-Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia.  
Se valorará el uso de escalas gráficas. (2 puntos).

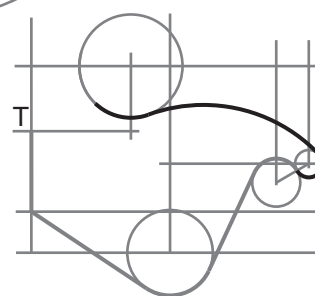
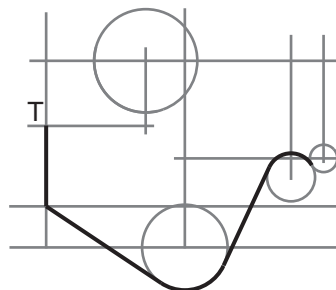


Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.



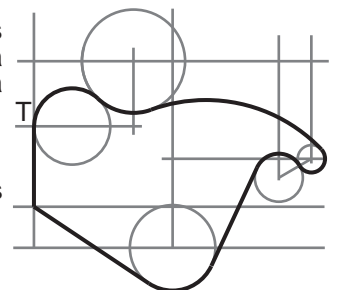
De la circunferencia negrita nos dan una recta sobre la que está su centro (negra), una circunferencia tg. y su radio. Para obtenerla hemos de sumar a la cir. dada el radio y trazar un arco concéntrico que corta a la recta. unimos centros para obtener pto. tg.

ABAJO:  
Rectas tangentes pto.-cir. para la oblicua de la izquierda. Y rectas tangentes interiores para la oblicua de la derecha.  
SOLUCIÓN: Tangencias básicas.



ARRIBA:  
Dadas dos circunferencias trazar otra circunferencia de radio dado, tangente a a las dadas dejando una en su interior y otra en el exterior.  
SOLUCIÓN: Propiedades de las tangencias y lugares geométricos.

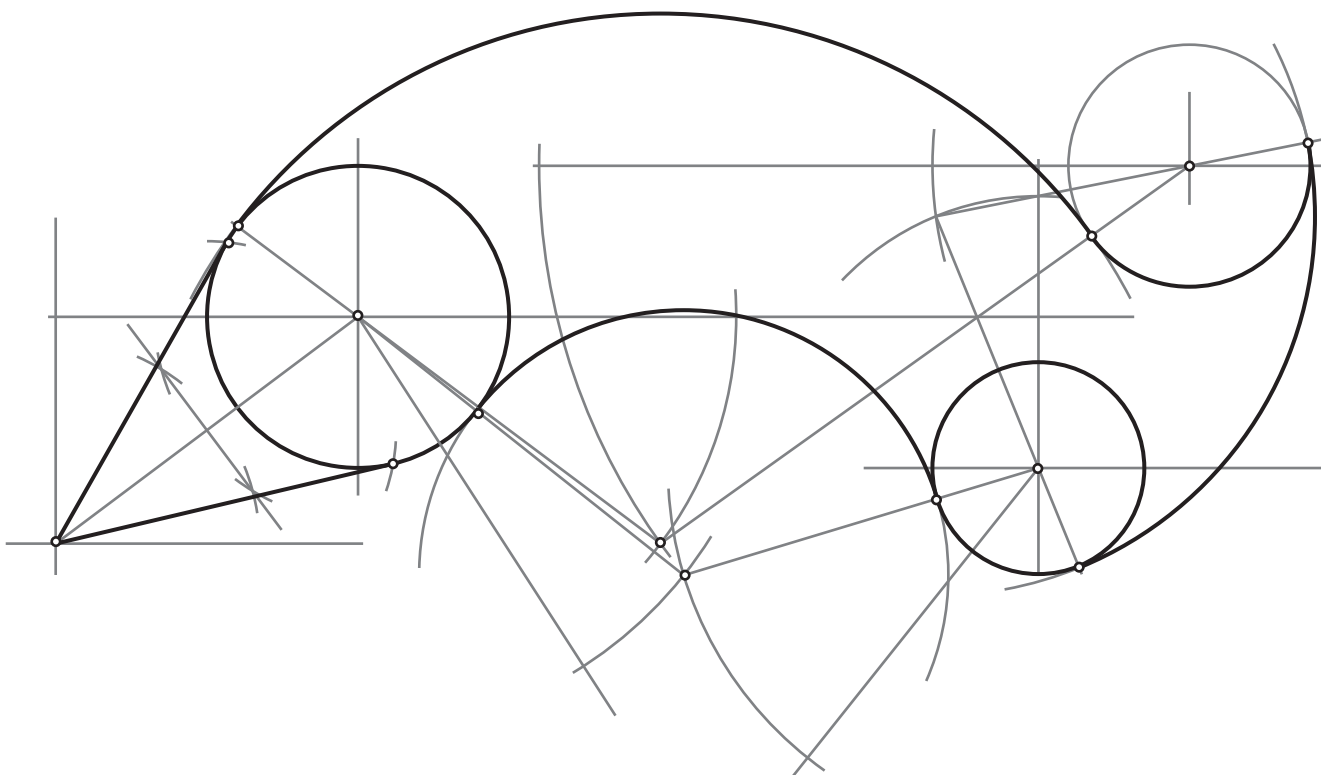
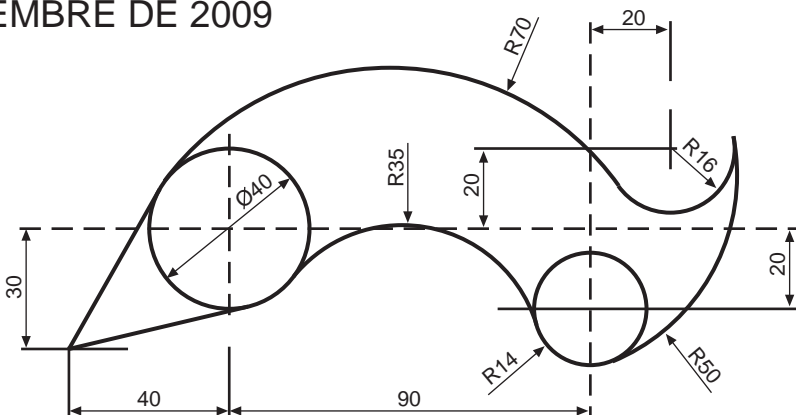
ABAJO:  
Trazar una circunferencia tangente a otra dada y una recta dado el punto de tangencia sobre la recta.  
SOLUCIÓN: Caso particular de Apolonio (PRC) resuelto por potencia-Centro radical. (más limpio por inversión)



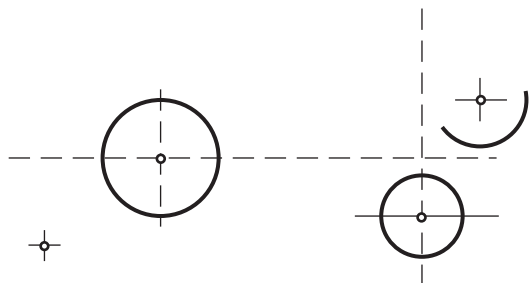
# SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2009 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 1:1.

-Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. No borre las operaciones auxiliares que permiten determinarlos. (2 puntos)

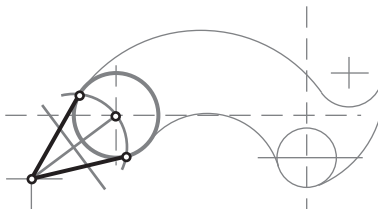


Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.

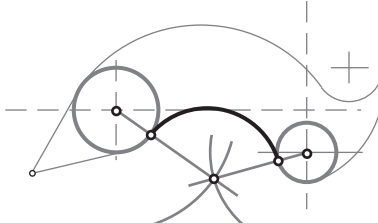


A partir de ahí tendremos que solucionar los problemas que a continuación nombramos.

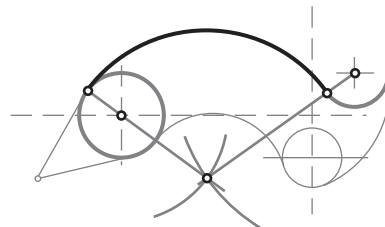
Rectas Tangentes a una cir. que pasan por un punto



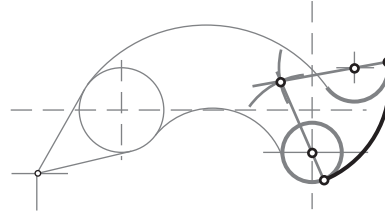
Circunferencia tangente a otras dos cir. conocido su radio



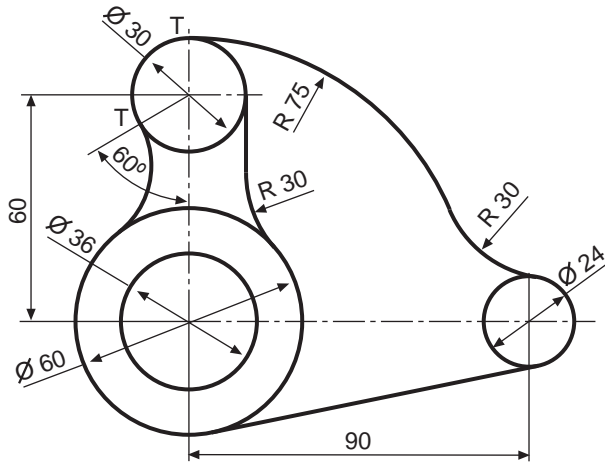
Circunferencia tangente a otras dos cir. conocido su radio



Circunferencia tangente a otras dos cir. conocido su radio

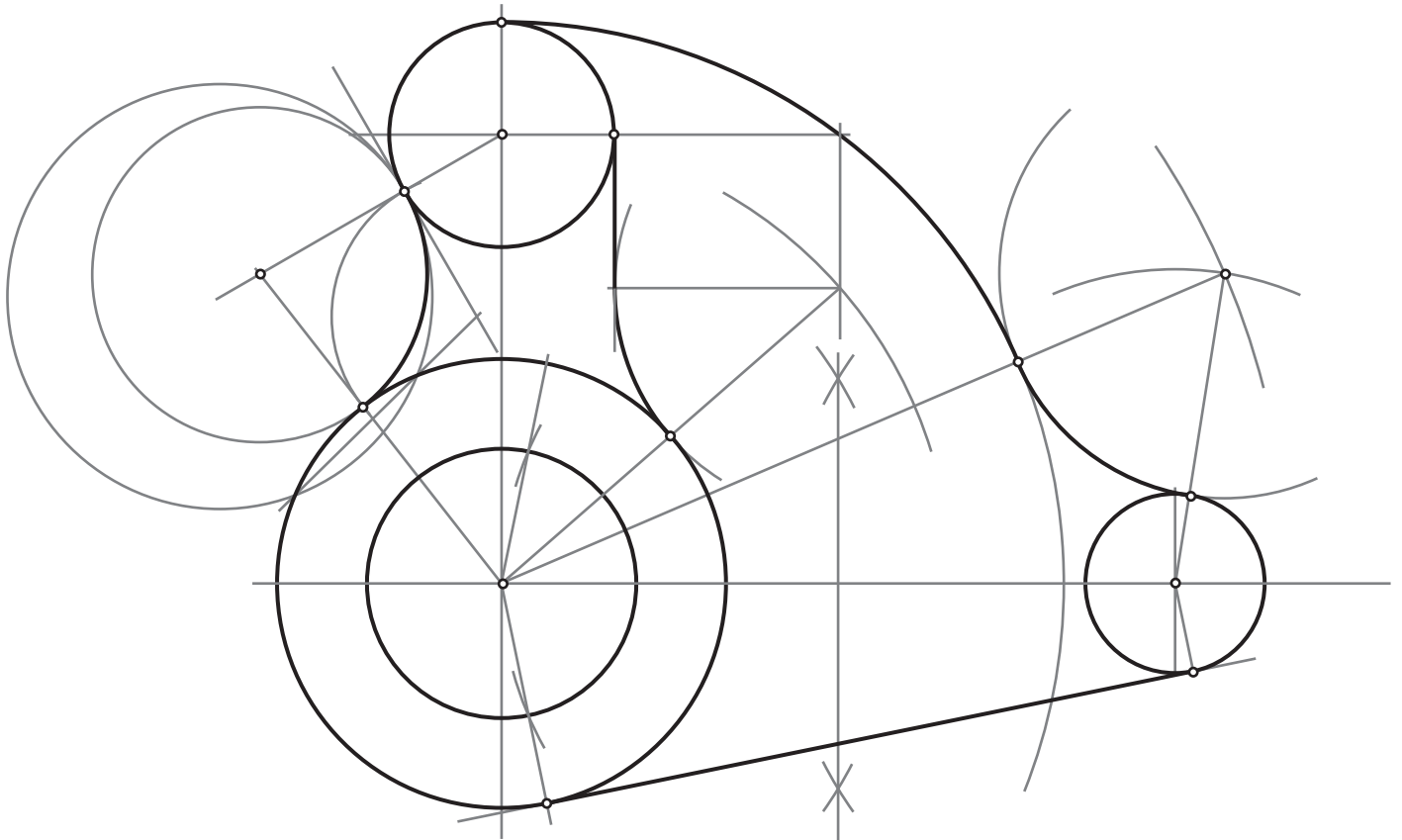


SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2009  
EJERCICIO DE TANGENCIAS.



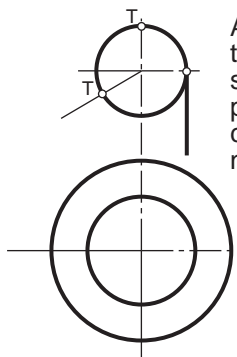
Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 1:1.

-Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. No borre las operaciones auxiliares que permiten determinarlos. (2 puntos)

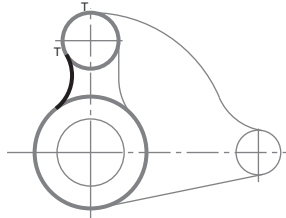


Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.

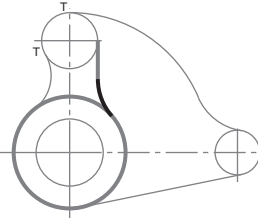
A partir de ahí tendremos que solucionar los problemas que a continuación nombramos.



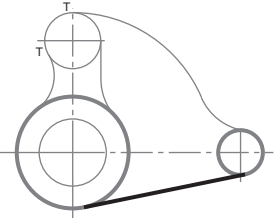
CCP siendo P un pto de tangencia



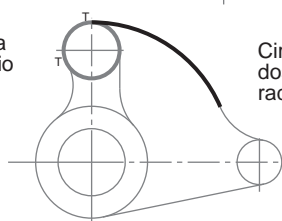
Cir. tangente a una recta y a una cir. conocido su radio



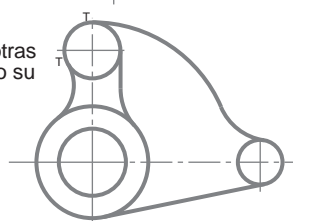
Rectas tangentes exteriores a dos circunferencias



Cir. tangente a otra cir. conocido su radio y el punto de tangencia con una de las dos dadas



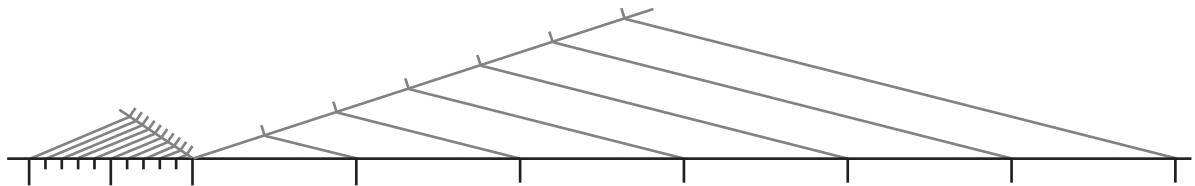
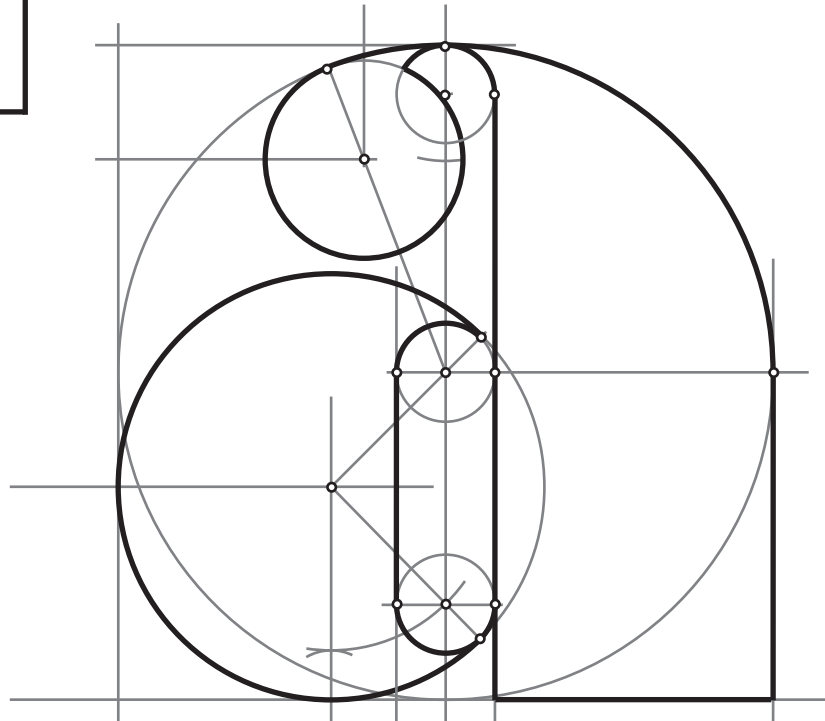
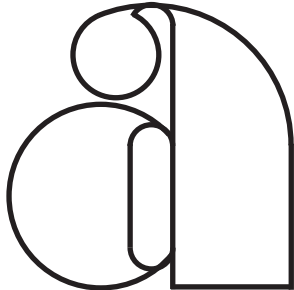
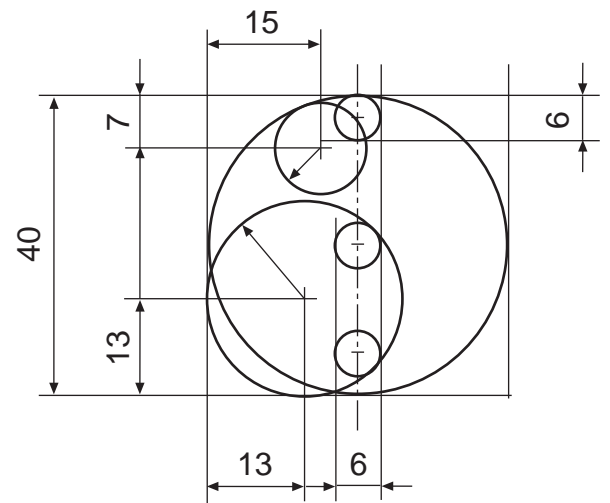
Cir. tangente a otras dos cir. conocido su radio



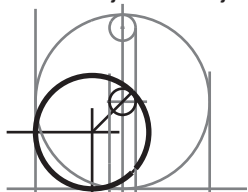
# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2010 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

Se da el esquema del dibujo constructivo de la letra "a" minúscula de Joost Schmidt (aprox. 1930).  
Dibuje el trazado de tangencias a escala 13:6.  
-Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. No borre las operaciones auxiliares.  
-Se valorará el uso de la escala gráfica.

(2 pts.)



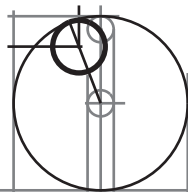
Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.



El radio y el centros de la circunferencia con mayor grosor los sabemos.

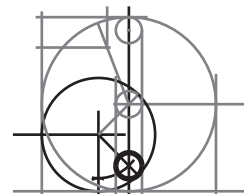
Encontramos el punto de tangencia con la cir. concéntrica uniendo sus centros.

Circunferencia tangente a otra conociendo sus centros y el radio de la segunda.  
INCOGNITAS: el radio de la circunferencia solución y el punto de tangencia  
SOLUCIÓN: Alinear los centros nos da el punto de tangencia y por lo tanto el radio.

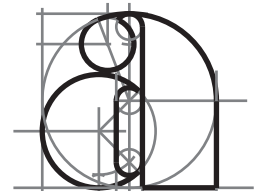


Circunferencia tangente interior a otra conociendo sus centros, el radio de la segunda, el diámetro de la solución y una recta sobre la que se encontrará el centro de la solución.

INCOGNITAS: El punto de tg. y el centro de la solución.  
SOLUCION: restar a la cir. dada el radio de la solución, trazar arco concéntrico que corta a la recta sobre la que se encuentra el centro y unir centros.



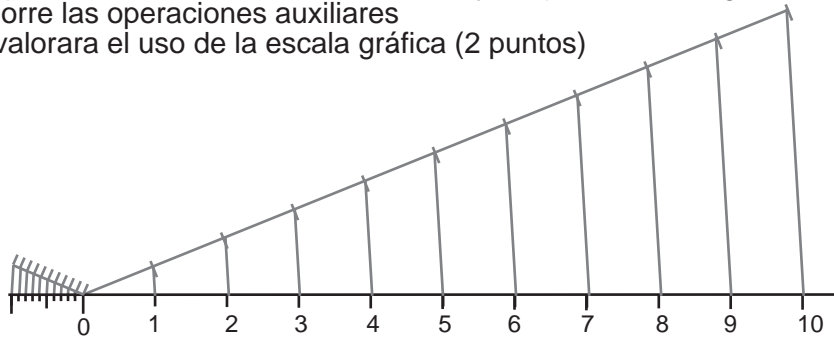
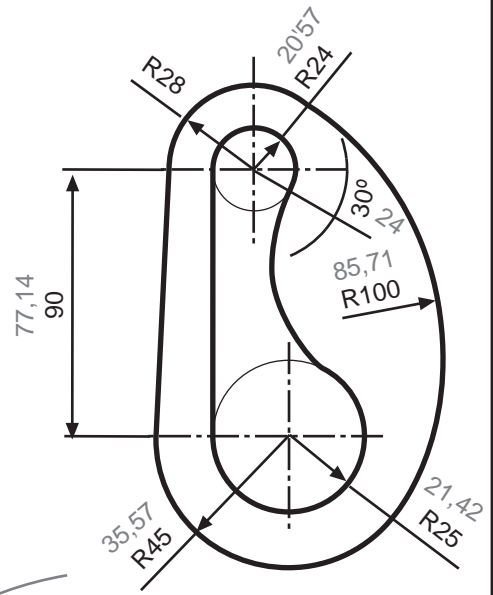
REMARCANDO las soluciones tenemos el trazado completo.



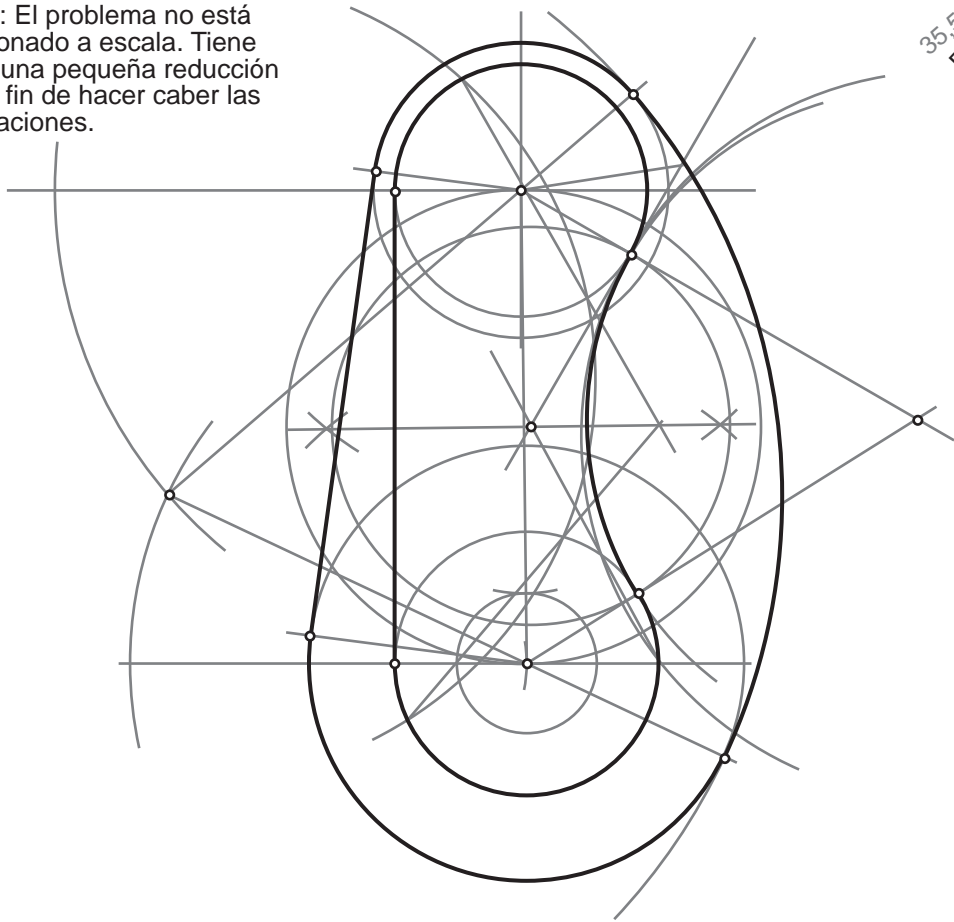
Son tres problemas sencillos de tangencias que se pueden resolver sabiendo simplemente las propiedades de las tangencias.

# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2010 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

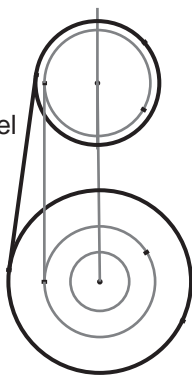
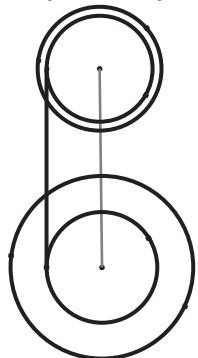
Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 6:7  
-indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia.  
No borre las operaciones auxiliares  
-Se valorara el uso de la escala gráfica (2 puntos)



NOTA: El problema no está solucionado a escala. Tiene una pequeña reducción con el fin de hacer caber las explicaciones.

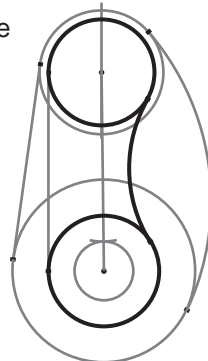
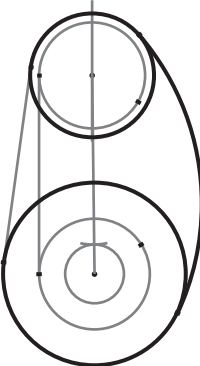


Con los datos del enunciado podemos situar sin problemas todos los elementos que encontramos en el dibujo de abajo.



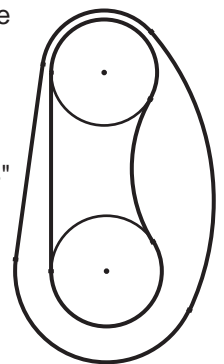
Recta tangente exterior a dos circunferencias

Circunferencia de radio dado tangente y que contiene a otras dos dadas



Arriba: Circunferencia tangente a otras dos dadas conociendo un punto de tangencia sobre una de las cir. dadas. Apolonio, caso particular de CCP. Resuelta por potencia-centro radical. Más limpio por inversión.

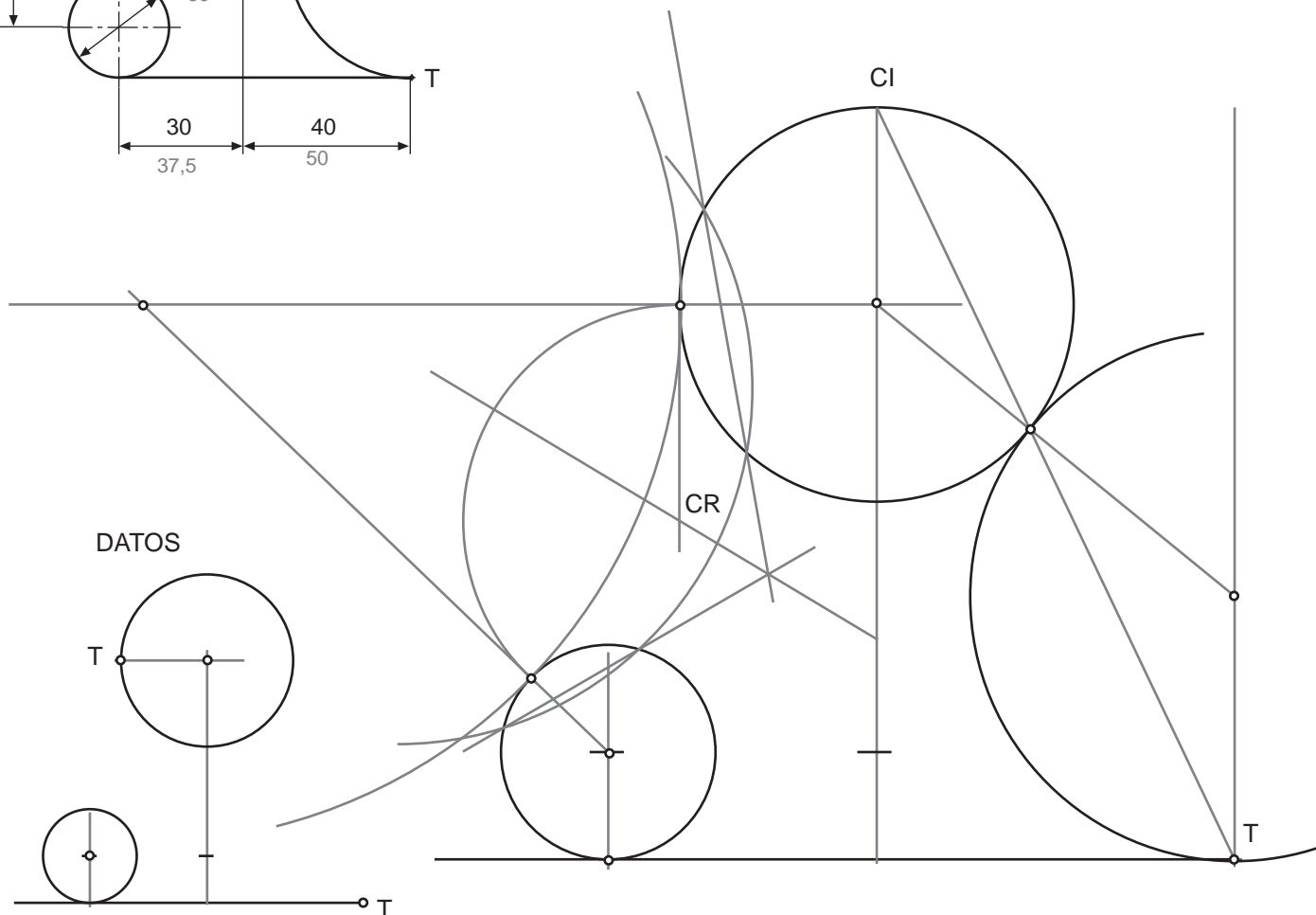
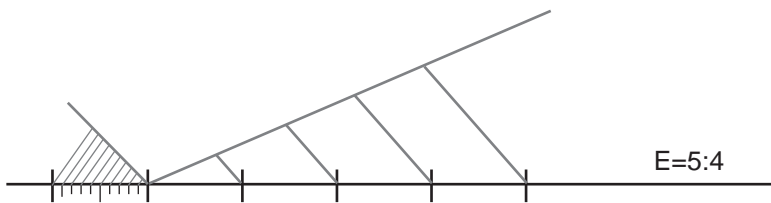
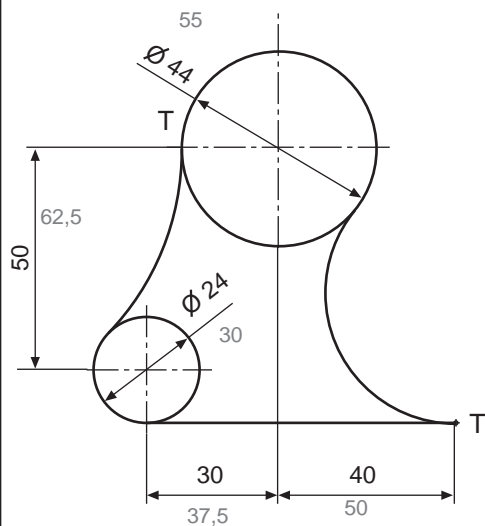
Como se puede ver ya situando los datos en el primer paso o dibujo, las proporciones del croquis del enunciado distan mucho de la solución. No siempre, pero esto sucede frecuentemente en los croquis. En este caso la errata está en el numero de cota "R24", en la circunferencia superior, que debería indicar "R14"



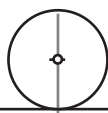
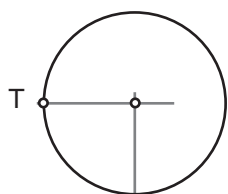
# SELECTIVIDAD VALENCIA JUNIO DE 2011 EJERCICIO DE TANGENCIAS.

Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 5:4

- indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. No borre las operaciones auxiliares
- Se valorara el uso de la escala gráfica (2 puntos)

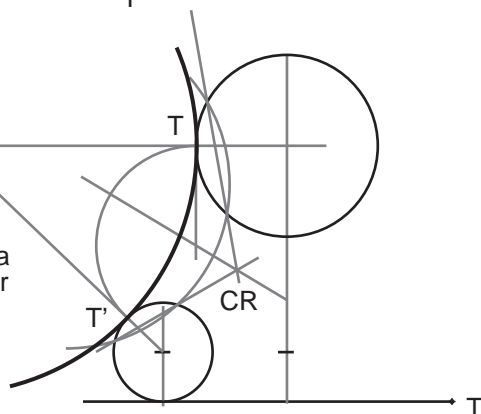


DATOS



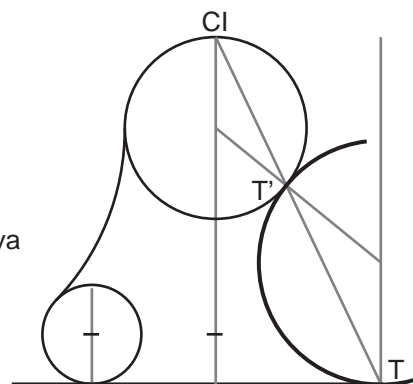
CCP(derecha):

Resuelto por potencia aunque también podría haber sido resuelto por inversión positiva.

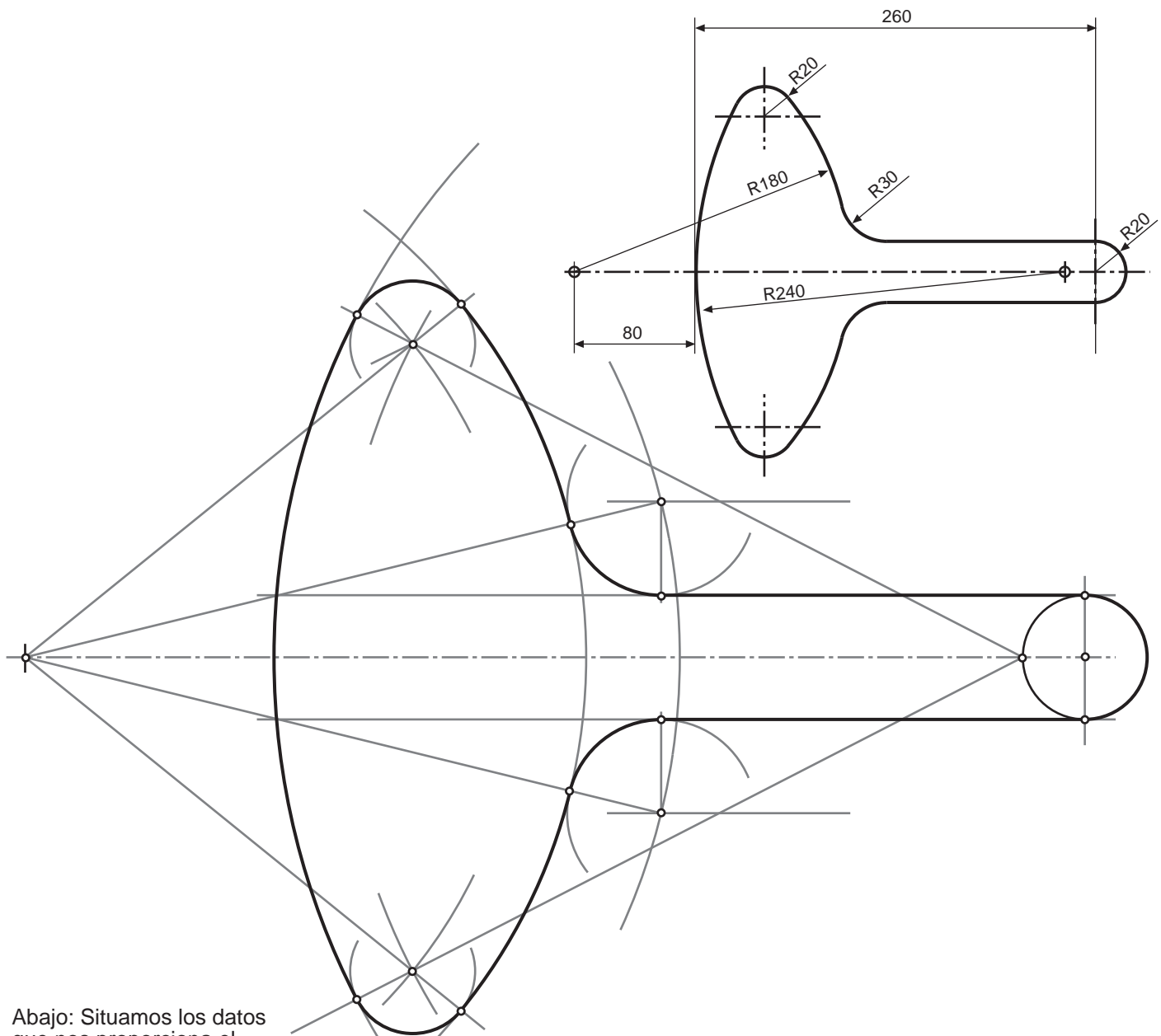


CPR (derecha):

Resuelto por inversión positiva

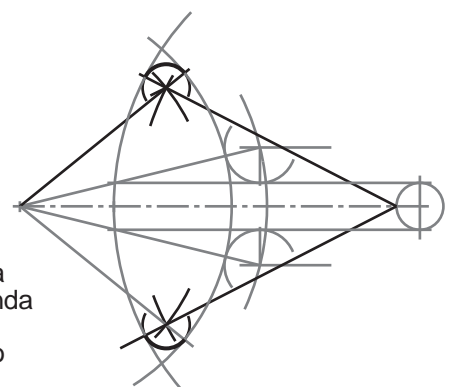
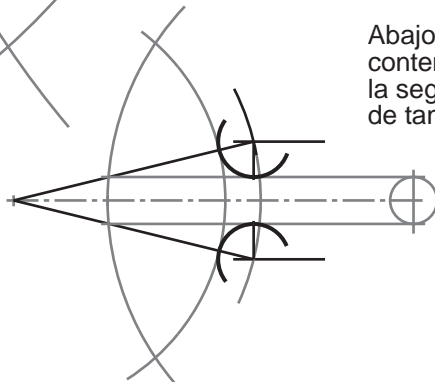
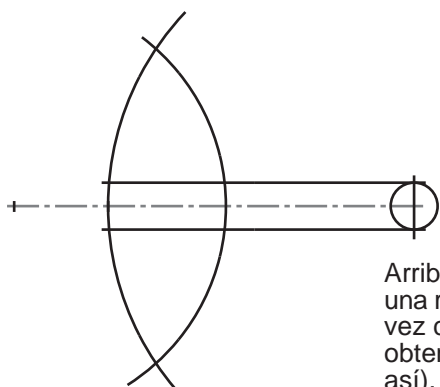


**SELECTIVIDAD VALENCIA SEPTIEMBRE DE 2011. EJERCICIO DE TANGENCIAS.**  
 Dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 1:2. Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. No borre las operaciones auxiliares que permiten determinarlos. (2 puntos)



Abajo: Situamos los datos que nos proporciona el enunciado. En ellos ya hay contenido dos tangencias recta-circunferencia que no entrañan mayor dificultad.

Abajo derecha: Circunferencias tangentes contenidas en dos circunferencias. Dos veces, la segunda vez podríamos resolver los puntos de tangencia y el centro por simetría axial.

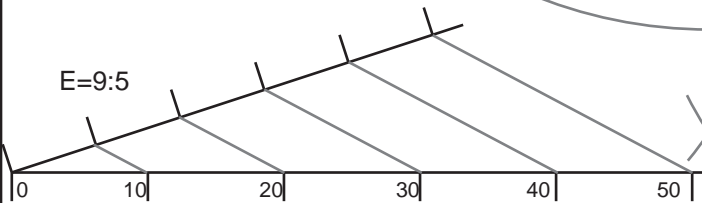
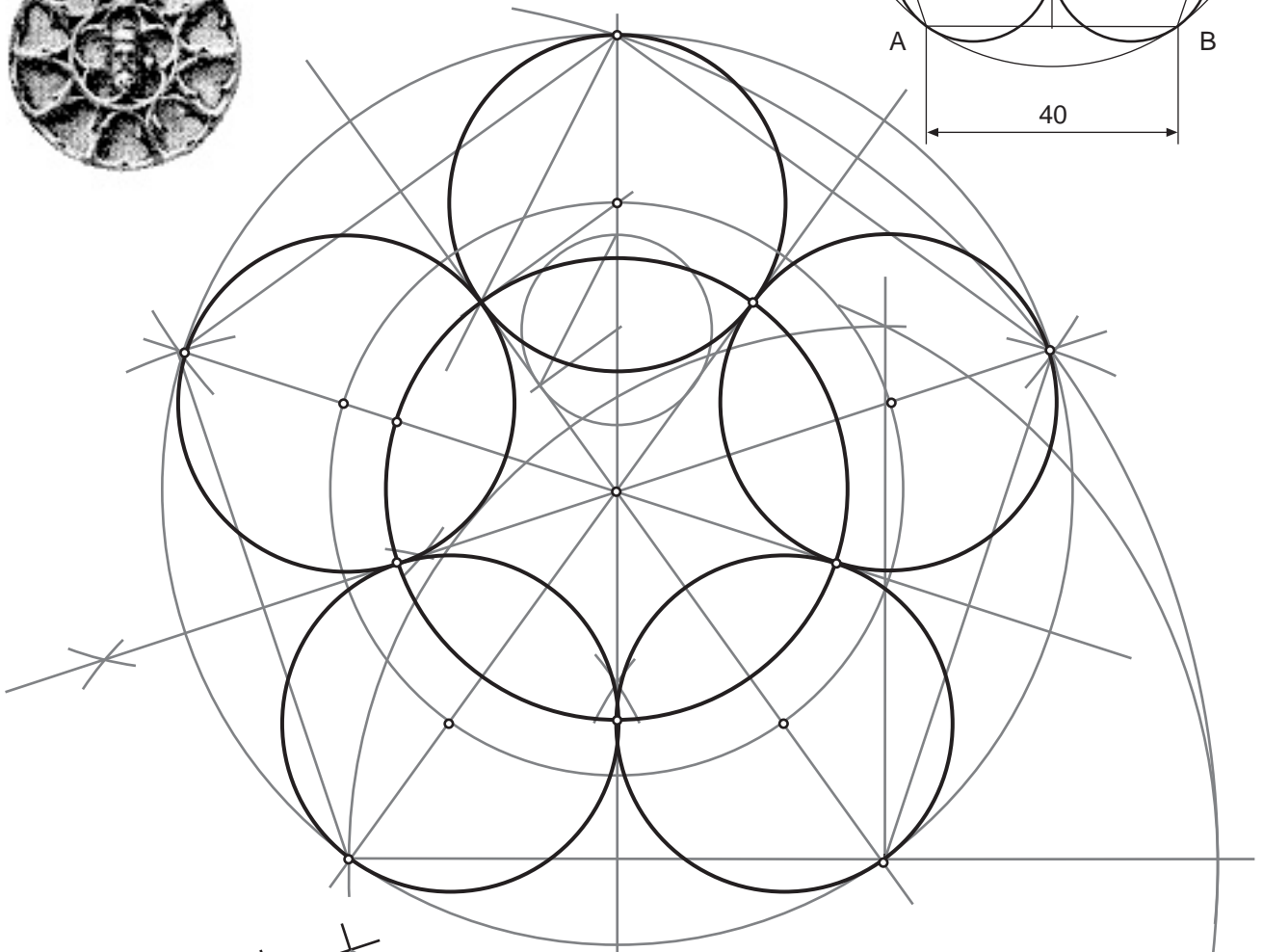
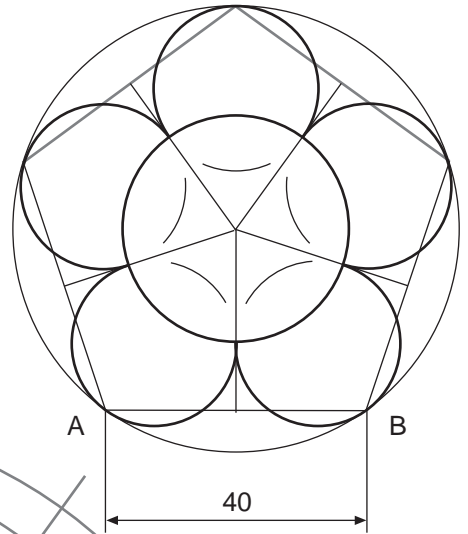


Arriba: Circunferencia de radio dado tangente a una recta y a otra cir. dadas. Dos veces, la segunda vez centro y puntos de tangencia podrían ser obtenidos por simetría axial (no hemos resuelto así).

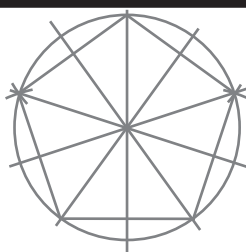
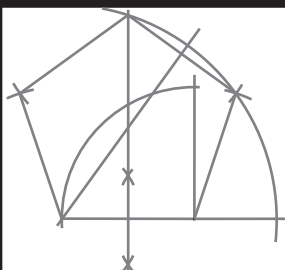


SELECTIVIDAD VALENCIA, SEPTIEMBRE 2011

Dado el esquema de la parte central del rosetón correspondiente a la Sainte Chapelle, dibuje el trazado de tangencias del croquis a escala 9:5,  
 -Indique los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia. No borre las operaciones auxiliares que permiten determinarlos.  
 (3 PUNTOS)



La primera circunferencia solución del punto 4º podría ser resuelta resolviendo PRR siendo las dos rectas dos apotemas y el punto el vértice correspondiente del pentágono. Este problema se puede resolver por homotecia como se ve más abajo o también mediante la conversión del problema en PPR- Eje radical, etc. lo cual es mucho más liso para este ejercicio.



1º- Trazamos el pentágono dado el lado teniendo en cuenta la escala a la que nos piden el ejercicio.  
 2º- Trazamos la mediatriz de otro de sus lados para hallar la cir. circunscrita al pentágono y trazamos diámetros por los vértices.

4º- Trazamos una circunferencia cualquiera con centro en uno de los diámetros tangente a los dos adyacentes. Trazamos uno de sus radios uno de sus puntos de tangencia y desde el extremo del diámetro trazamos un segmento S que vaya también al punto de tangencia.  
 5º- paralela a S desde el vértice del pentágono nos dará el punto de tangencia de una de las 5 soluciones

